



ENGENHARIA

Prof. Eng. Alexandre Dezem Bertozzi, Esp.

Programação Linear: Modelagem Algébrica (Parte 01)

AULA 3

PESQUISA OPERACIONAL

Programação Linear: Modelagem Algébrica (Parte 1)

O QUE ESPERAR

- Exemplificação do processo de abstração de um problema do mundo real e construção do modelo analítico.
- Ao final desta aula, o aluno estará capacitado a realizar o processo de Modelagem Algébrica de problemas de natureza quantitativa monoperíodo.

PROGRAMAÇÃO LINEAR

Preocupação em encontrar a melhor solução para problemas associados com modelos lineares.

Modelo de Programação Linear:

Maximização (ou minimização) de uma função objetivo linear com relação as variáveis de decisão do modelo.

Respeitando-se as limitações (restrições) do problema expressas por um sistema de equações e inequações associadas com as variáveis de decisão do modelo.

MODELAGEM

Razões para o uso da Programação Linear

- Grande variedade de situações podem ser aproximadas por modelos lineares.
- Existência de técnicas (algoritmos) eficientes.
- Estágio da tecnologia computacional.
- Possibilidade de realização de análise de sensibilidade nos dados do modelo.

Construção de modelos não é uma ciência, mas uma arte, podendo ser melhorada com a prática.

Exemplos a serem trabalhados nesta aula:

I - Determinação do mix de produção

II - Seleção de mídia para propaganda

Problema I - Determinação do mix de produção

Uma companhia deseja programar a produção de três modelos de um produto que requer o uso de dois tipos de recursos: mão de obra e material.

	Modelo		
	A	B	C
Mão de obra (horas por unidade)	7	3	6
Material (kg por unidade)	4	4	5
Lucro (\$ por unidade)	4	2	3

O suprimento de material é de **200 kg**.

A disponibilidade diária de mão de obra é de **150 horas**.

1. Identificação das variáveis de decisão:

1. Identificação das variáveis de decisão:
 X_A – produção diária do modelo A

1. Identificação das variáveis de decisão:

X_A – produção diária do modelo A

X_B – produção diária do modelo B

X_C – produção diária do modelo C

2. Identificação do objetivo: maximização do lucro total

2. Identificação do objetivo: maximização do lucro total

$$\text{Max } z = 4X_A + 2X_B + 3X_C$$

3. Identificação das restrições:

3. Identificação das restrições:

(Limitação de mão de obra) $\longrightarrow 7X_A + 3X_B + 6X_C \leq 150$

3. Identificação das restrições:

(Limitação de mão de obra) $\longrightarrow 7X_A + 3X_B + 6X_C \leq 150$

(Limitação de material) $\longrightarrow 4X_A + 4X_B + 5X_C \leq 200$

3. Identificação das restrições:

(Limitação de mão de obra) $\longrightarrow 7X_A + 3X_B + 6X_C \leq 150$

(Limitação de material) $\longrightarrow 4X_A + 4X_B + 5X_C \leq 200$

(Não-negatividade) $\longrightarrow X_A \geq 0, X_B \geq 0, X_C \geq 0.$

MODELO ALGÉBRICO

Encontrar valores para X_A , X_B , X_C tais que:

$$\text{Max } z = 4X_A + 2X_B + 3X_C$$

Sujeito as restrições:

$$\begin{aligned} 7X_A + 3X_B + 6X_C &\leq 150 \\ 4X_A + 4X_B + 5X_C &\leq 200 \\ X_A \geq 0, X_B \geq 0, X_C &\geq 0 \end{aligned}$$

Problema II - Seleção de mídia para propaganda

Uma companhia de propaganda deseja planejar uma campanha em 3 diferentes meios: TV, rádio e revistas. Pretende-se alcançar o maior número de clientes possível. Um estudo de mercado resultou em:

	TV horário normal	TV horário nobre	Rádio	Revistas
Custo	40.000	75.000	30.000	15.000
Clientes Atingidos	400.000	900.000	500.000	200.000
Mulheres Atingidas	300.000	400.000	200.000	100.000

Sabe-se ainda que

- **A companhia não quer gastar mais de \$ 800.000**
- **Um mínimo de 2 milhões de mulheres a serem atingidas;**
- **Gastar no máximo \$ 500.000 com TV;**
- **No mínimo 3 veiculações no horário normal TV;**
- **No mínimo 2 veiculações no horário nobre TV;**
- **Entre 5 e 10 veiculações no rádio e revistas para cada meio de divulgação.**

1. Identificação das variáveis de decisão:

1. Identificação das variáveis de decisão:

X_1 = nº. de exposições em horário normal na tv

1. Identificação das variáveis de decisão:

X_1 = nº. de exposições em horário normal na tv

X_2 = nº. de exposições em horário nobre na tv

1. Identificação das variáveis de decisão:

X_1 = nº. de exposições em horário normal na tv

X_2 = nº. de exposições em horário nobre na tv

X_3 = nº. de exposições em rádio

1. Identificação das variáveis de decisão:

X_1 = nº. de exposições em horário normal na tv

X_2 = nº. de exposições em horário nobre na tv

X_3 = nº. de exposições em rádio

X_4 = nº. de exposições em revistas

2. Objetivo: “Maximizar nº. de clientes atingidos”

$$\text{Max } z = 400.000X_1 + 900.000X_2 + 500.000X_3 + 200.000X_4$$

1. Identificação das variáveis de decisão:

X_1 = nº. de exposições em horário normal na tv

X_2 = nº. de exposições em horário nobre na tv

X_3 = nº. de exposições em rádio

X_4 = nº. de exposições em revistas

2. Objetivo: “Maximizar nº. de clientes atingidos”

$$\text{Max } z = 400.000X_1 + 900.000X_2 + 500.000X_3 + 200.000X_4$$

3. Identificação das restrições:

orçamento:

$$40.000X_1 + 75.000X_2 + 30.000X_3 + 15.000X_4 \leq 800.000$$

1. Identificação das variáveis de decisão:

X_1 = nº. de exposições em horário normal na tv

X_2 = nº. de exposições em horário nobre na tv

X_3 = nº. de exposições em rádio

X_4 = nº. de exposições em revistas

2. Objetivo: “Maximizar nº. de clientes atingidos”

$$\text{Max } z = 400.000X_1 + 900.000X_2 + 500.000X_3 + 200.000X_4$$

3. Identificação das restrições:

orçamento:

$$40.000X_1 + 75.000X_2 + 30.000X_3 + 15.000X_4 \leq 800.000$$

3. Identificação das restrições (continuação)

3. Identificação das restrições (continuação)

Mulheres atingidas:

3. Identificação das restrições (continuação)

Mulheres atingidas:

$$300.000X_1 + 400.000X_2 + 200.000X_3 + 100.000X_4 \geq 2.000.000$$

3. Identificação das restrições (continuação)

Mulheres atingidas:

$$300.000X_1 + 400.000X_2 + 200.000X_3 + 100.000X_4 \geq 2.000.000$$

3. Identificação das restrições (continuação)

Mulheres atingidas:

$$300.000X_1 + 400.000X_2 + 200.000X_3 + 100.000X_4 \geq 2.000.000$$

Gasto com TV

$$40.000X_1 + 75.000X_2 \leq 500.000$$

3. Identificação das restrições (continuação)

Mulheres atingidas:

$$300.000X_1 + 400.000X_2 + 200.000X_3 + 100.000X_4 \geq 2.000.000$$

Gasto com TV

$$40.000X_1 + 75.000X_2 \leq 500.000$$

Nº. de veiculações em

$$X_1 \geq 3 \quad (\text{TV horário normal})$$

$$X_2 \geq 2 \quad (\text{TV horário nobre})$$

$$5 \leq X_3 \leq 10 \quad (\text{Rádio})$$

$$5 \leq X_4 \leq 10 \quad (\text{Revistas}) \quad X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

E A SOLUÇÃO ÓTIMA?

**Nas próximas aulas serão apresentadas
“ferramentas” para a possível solução das equações.**