

Faculdade Pitagoras
Unidade Divinópolis – Minas Gerais.

Engenharia Elétrica

Disciplina: Materiais Elétricos
Prof. Eng. Alexandre Dezem Bertozzi, Esp.
www.bertozi.com

Tema 05: Efeitos de Campo EletroMagnético

EFEITOS DE CAMPO ELETROMAGNÉTICO

Os efeitos de campo eletromagnético ocorrem quando cargas elétricas são submetidas a aceleração, i.é, quando não estão nem em repouso nem em movimento constante. Os efeitos podem ser desprezíveis, se a taxa de mudança da velocidade de carga é pequena (p. ex., se a frequência de operação é baixa); mas outras condições também são significativas e os efeitos podem, em certos casos, ser importantes mesmo a frequências tão baixas como 50 Hz.

Movimento de partículas carregadas

Partículas de pequena massa, tais como elétrons e prótons, podem ser aceleradas no vácuo a velocidades muito altas.

Campo elétrico estático. A força desenvolvida numa partícula de massa m transportando uma carga q e ficando num campo elétrico de intensidade (ou gradiente) E é $f = qE$ na direção de E , i.é, de uma região de potencial alto para uma de potencial baixo – *Figura*

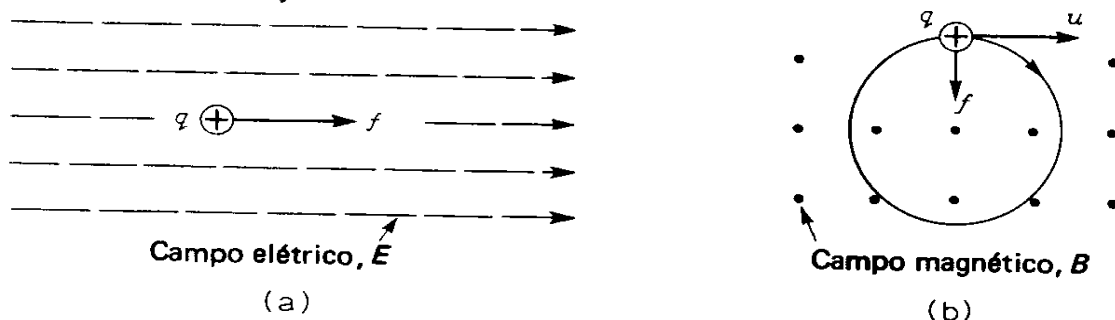


Figura 2.33 Movimento de partícula carregada

2.33 (a). (Se a carga é negativa, a direção da força é invertida). A aceleração da partícula é $a = f/m = E(q/m)$; e se começa do repouso sua velocidade após o tempo t é $u = at = E(q/m)t$. A energia cinética conferida $\frac{1}{2}mu^2$ é igual à mudança de energia potencial Vq , onde V é a d.d.p. entre os pontos de partida e chegada no campo elétrico. Donde a velocidade atingida a partir do repouso é

$$u = \sqrt{[2V(q/m)]}$$

Para um elétron ($q = -1,6 \times 10^{-19}$ C, $m_0 = 0,91 \times 10^{-30}$ kg) se deslocando através de uma d.d.p. de 1 V, a velocidade é 600 km/s e a energia cinética é $w = Vq = 1,60 \times 10^{-19}$ J, muitas vezes chamada um elétron-volt, 1 eV.

Se $V = 2,5$ kV, então $u = 30\,000$ km/s; mas a velocidade não pode ser indefinidamente aumentada por aumento de V , porque quando u se aproxima de $c = 300\,000$ km/s, a velocidade de onda eletromagnética em espaço livre, a massa efetiva da partícula começa a adquirir um aumento relativístico rápido chegando a

$$m = m_0/[1 - (u/c)^2]$$

em comparação com sua “massa em repouso” m_0 .

Campo magnético estático. Uma carga q movendo-se a uma velocidade u é uma corrente $i = qu$, e está portanto sujeita a uma força se se mover através de um campo magnético, como na *Figura 2.14 (d)*. A força fica em ângulo reto com u e B , densidade de fluxo magnético, e no caso simples da *Figura 2.33 (b)* temos $f = quB = ma = mu^2/R$, sendo a partícula obrigada pela força a se mover num percurso circular de raio $R = (u/B)(m/q)$. Para um elétron $R = 5,7 \times 10^{-22} (u/B)$.

Campos combinados elétrico e magnético. Os dois efeitos descritos acima são sobrepostos. Assim, se os campos E e B são co-axiais, o movimento da partícula é helicoidal.

A influência dos campos estáticos (ou quase) em partículas carregadas é aplicado em osciloscópios de raio catódico e máquinas de aceleração.

Equações de Maxwell

As equações de Maxwell, referidas no princípio desta Seção, estão estabelecidas abaixo:

(i) A f.m.m. em torno de um percurso fechado relacionado com uma corrente I é igual à corrente:

$$\int_0 H \cdot dl = I = I_c + I_d$$

2-50 ELETROTECNOLOGIA

onde I compreende tanto a corrente de condução I_c quanto à corrente de deslocamento I_d .

(ii) O fluxo elétrico total de uma carga Q é igual a Q :

$$\int_s D \cdot ds = Q$$

(iii) A força elétrica total em torno de um percurso fechado relacionado com um fluxo magnético mudando à taxa $\partial\Phi/\partial t$ é

$$\int_0 E \cdot dl = -(\partial\Phi/\partial t)$$

(iv) O fluxo magnético é em circuito:

$$\int_s B \cdot ds = 0$$

Acima, o símbolo 0 no sinal de integral significa “soma em um percurso fechado de elementos dl ”, e s significa “soma sobre uma superfície fechada de elementos ds ”. Às quatro afirmações devem ser acrescentadas as equações constitutivas

$$D = \epsilon E \quad B = \mu H \quad J_c = \sigma E \quad J_d = \partial\Phi/\partial t \text{ is}$$

para as densidades de fluxo elétrico e magnético em termos de permissividade e permeabilidade absolutas; e as densidades de corrente de condução e deslocamento, sendo a primeira a intensidade de campo elétrico multiplicada pela condutividade de volume, e sendo a última a taxa de mudança da densidade de fluxo elétrico.

Onda plana em espaço livre

O espaço livre não tem carga de espaço ($Q = 0$) e não tem condutividade ($\sigma = 0$); além disto, suas propriedades elétricas e magnéticas são $\epsilon = \epsilon_0$ e $\mu = \mu_0$. As equações de Maxwell levam a uma solução em termos de uma onda eletromagnética transversal plana se movendo à velocidade $u = c \cong 3 \times 10^8$ m/s.

Consideremos uma área de metro quadrado no espaço, *Figura 2.34*, na qual existe um campo elétrico transversal de intensidade E ; e suponhamos que o campo se move para a frente à velocidade u . Como E avança uma distância dx em tempo $dt = dx/u$, se estabelece no volume $dx \times 1$ um novo fluxo elétrico $D \cdot dx$ à taxa $D(dx/dt) = Du = \epsilon_0 Eu = J_d$. A corrente de deslocamento J_d estabelece uma intensidade de campo magnético H , a qual estabelece um fluxo magnético $B \cdot dx$ à taxa $B(dx/dt) = Bu = \mu_0 Hu = E$. Assim, a frente de onda móvel E gera uma frente de onda B em movimento que por sua vez suporta E , desde que as direções de E , B e u sejam mutuamente corretas. Ambos os campos E e B são

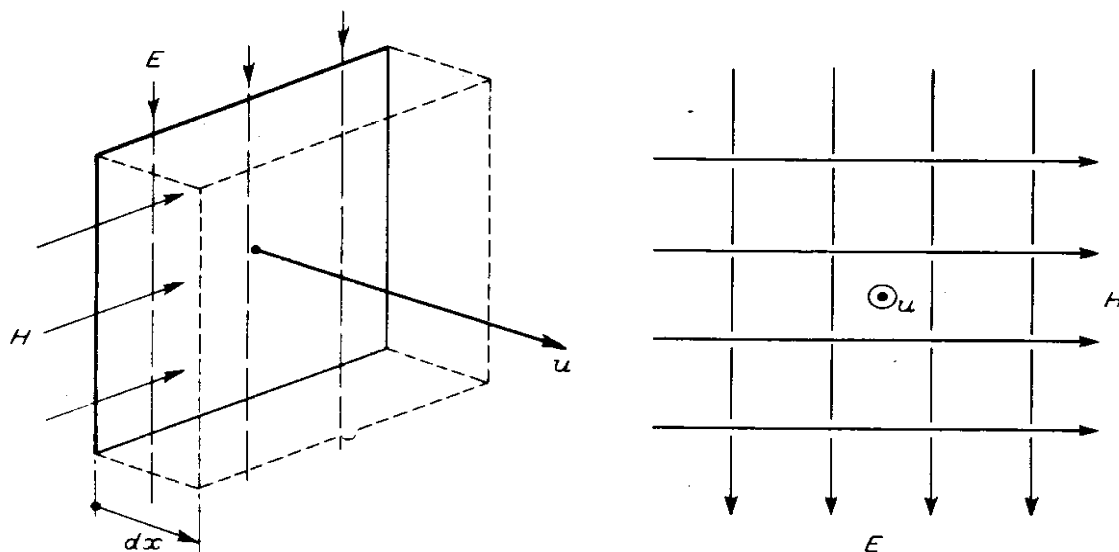


Figura 2.34 Onda eletromagnética

transversais, ficando seu plano em ângulo reto com a direção u da propagação. Devido a $E = \mu_0 H u$ e $H = \epsilon_0 E u$, com $\mu_0 = 4\pi/10^7$ e $\epsilon_0 \approx 1/36\pi \times 10^9$, conclui-se que

$$u = 1/\sqrt{(\mu_0 \epsilon_0)} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

é a velocidade de propagação em espaço livre. As propriedades elétricas e magnéticas do espaço impõem uma relação entre E (em V/m) e H (em A/m) dada por

$$E/H = \sqrt{(\mu_0 \epsilon_0)} = 377 \Omega$$

chamada *impedância intrínseca* do espaço. Além disso, as densidades de energia dos componentes elétricos e magnéticos são as mesmas, i.é.,

$$\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\mu_0 H^2$$

ONDA DIRIGIDA

A propagação em engenharia de potência não é (atualmente) por ondas de espaço, mas sim por ondas dirigidas, sendo usado um sistema de condução para dirigir a energia eletromagnética, mais efetivamente, num percurso especificado. O padrão de campo é modificado (embora ainda seja substancialmente transversal), mas a propagação física essencial permanece imutável. Tal guia é chamada linha de transmissão, e os campos são normalmente especificados em termos de propriedades de indutância e capacitância da configuração da linha, com uma impedância efetiva $z_0 = \sqrt{(L/C)}$ diferindo de 377Ω .

Propagação em linha de transmissão

Se os dois fios de uma longa linha de transmissão, originalmente morta, são subitamente ligados a uma fonte de d.d.p. v , uma onda de energia avança ao longo da linha para o outro extremo à velocidade u — Figura 2.35. A onda é caracterizada pelo fato de que o avanço da

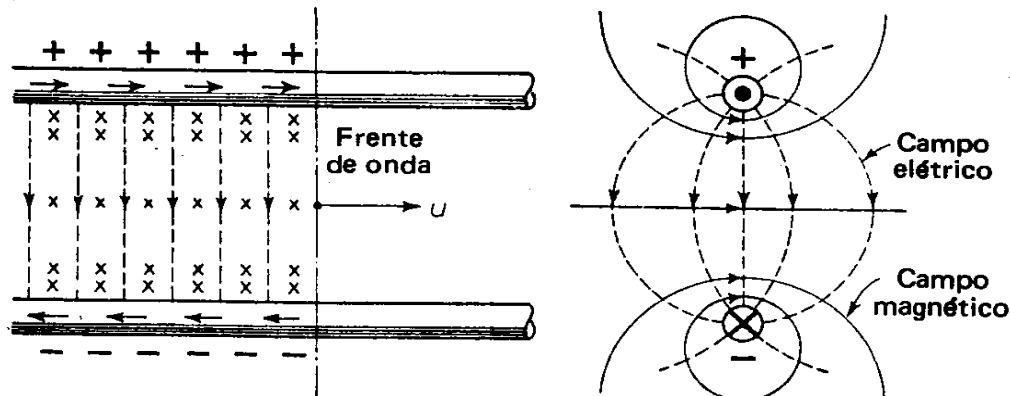


Figura 2.35 Transmissão em linha

voltagem carrega a capacitância da linha, para o que é necessário uma corrente em avanço; e o avanço da corrente estabelece um campo magnético em oposição a uma contra-f.e.m., exigindo a voltagem para manter o avanço. Assim, a corrente e a voltagem são propagadas simultaneamente. Sejam as perdas desprezíveis, e L e C a indutância e capacitância por comprimento unitário da linha. Num breve intervalo de tempo dt , as ondas avançam de uma distância $u \cdot dt$. A voltagem é estabelecida através de uma capacitância $Cu \cdot dt$ e a taxa da carga, ou corrente, é

$$i = vCu \cdot dt/dt = vCu$$

A corrente é estabelecida numa indutância $Lu \cdot dt$ produzindo ligações magnéticas $iLu \cdot dt$ no tempo dt , e uma contra-f.e.m. vencida por

$$v = iLu \cdot dt/dt = iLu$$

2-52 ELETROTECNOLOGIA

Estas duas expressões, por simples manipulação, dão origem ao seguinte:
Velocidade de propagação:

$$u = 1/\sqrt{LC}$$

Coefficiente de voltagem estabelecida para corrente estabelecida

$$\text{Impedância estabelecida } z_0 = v/i = \sqrt{L/C}$$

Energias elétricas e magnéticas:

$$\frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}Cv^2$$

VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO

Para uma linha no ar consistindo de condutores paralelos de raio r , espaçados a entre os centros, a indutância (desprezando a ligação interna) e a capacitância por comprimento unitário são:

$$L = (\mu_0/\pi)\ln(a/r); C = \pi\epsilon_0/\ln(a/r)$$

donde $u = 1/\sqrt{(\mu_0\epsilon_0)} \cong 3 \times 10^8$ m/s, exatamente como para a propagação em espaço livre. Para linhas nas quais a permissividade relativa (e/ou raramente, a permeabilidade relativa) do meio transmitindo a onda eletromagnética é maior que a unidade, a velocidade é reduzida pelo fator $1/\sqrt{(\mu_r\epsilon_r)}$. A perda da linha e ligação interna reduzem ligeiramente a velocidade da propagação.

IMPEDÂNCIA ESTABELECIDA

Com os valores de L e C calculados acima, a impedância estabelecida é

$$z_0 = 120\ln(a/r) \text{ ohms.}$$

Para um cabo, é consideravelmente menor.

Reflexão de ondas

A relação da direção da d.d.p. e da corrente num par de fios formando uma longa linha de transmissão é determinada pela direção na qual a energia está circulando, *Figura 2.35*. A corrente flui na direção da propagação no condutor positivo, e retorna no negativo. Duas ondas correndo em direções opostas numa linha, devem ter *ou* as correntes *ou* as d.d.p. em sentidos opostos. Se duas ondas dessas se encontram, ou as correntes são subtrativas e as voltagens aditivas, ou o inverso. Em qualquer caso, o coeficiente natural $v/i = z_0$ não é aparente para cada onda; de fato, se o coeficiente resultante corrente-voltagem não é z_0 , a distribuição real de corrente e voltagem deve ser devida à duas ondas componentes tendo direções de propagação opostas. Tais condições surgem quando uma onda é *refletida* no extremo da linha.

Consideremos uma onda de frente abrupta que alcança o extremo de *circuito aberto* da linha. Neste ponto a corrente deve ser zero, o que exige uma corrente de onda refletida igual de sentido oposto. As voltagens têm o mesmo sentido e se combinam para dar o efeito duplo, *Figura 2.36 (a)*. A inversão do fluxo de energia imposta pela descontinuidade da linha, i.é, reflexão, é assim acompanhada pela voltagem dupla e uma eliminação de corrente. Em comprimento unitário de uma onda, a energia total é $\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cv^2$: quando duas ondas (uma incidente, outra refletida) são sobrepostas, a energia total é eletrostática e com o valor de $\frac{1}{2}C(2v)^2 = 2Cv^2$, o que evidentemente é igual à energia total por comprimento unitário das duas ondas: $2(\frac{1}{2}Cv^2 + \frac{1}{2}Li^2) = Cv^2 + Li^2 = 2Cv^2$.

Se o gerador no extremo transmissor tem impedância zero e permanece fechado na linha, a onda retornante é outra vez refletida à voltagem v , e a "oscilação" para cá e para lá é mantida indefinidamente. Na prática, a presença das perdas reduz as reflexões e a voltagem se estabelece finalmente em um valor constante v , com uma corrente determinada pela admitância da linha.

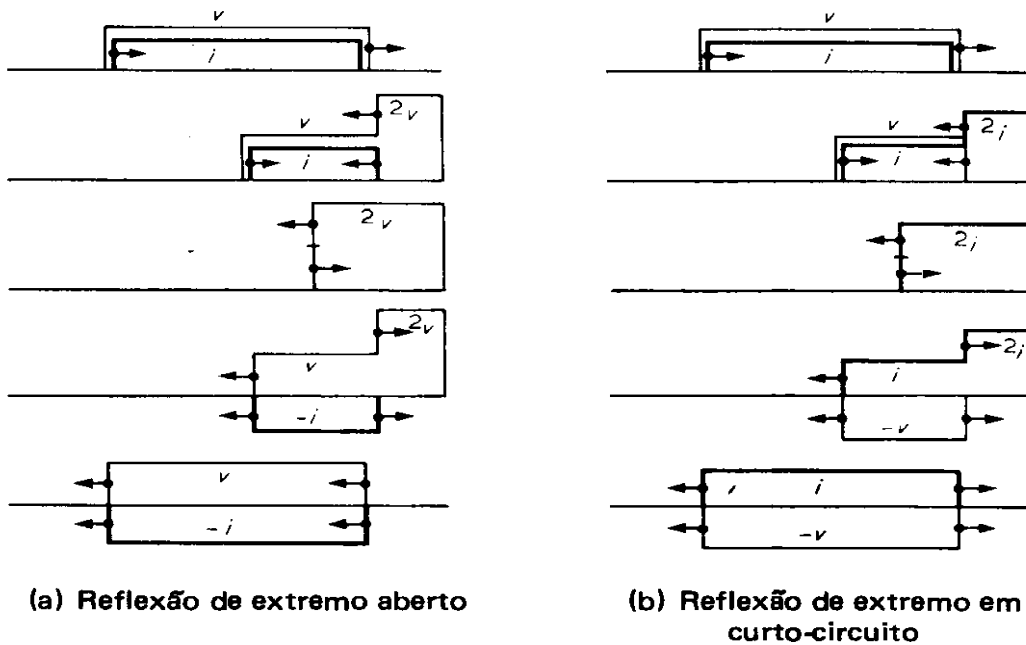


Figura 2.36 Reflexão de onda

Uma onda incidente que atinge o extremo de *curto-circuito* de uma linha é apresentada com uma condição de terminação através da qual não pode ser mantida d.d.p. A voltagem cai até zero, iniciando uma duplicação da corrente e reflexão com voltagem invertida, *Figura 2.36 (b)*.

Se o gerador de extremo transmissor tem impedância de zero e permanece fechado para a linha, as reflexões se sucedem repetidamente com um aumento de i na corrente de cada vez, chegando eventualmente a um valor infinito — como seria de esperar numa linha sem perdas com seu extremo em curto-circuito. Sob condições práticas, a corrente se eleva em degraus de dimensão reduzida a um valor limitado pela impedância da linha.

LINHA TERMINADA

Se uma linha é terminada em uma impedância z , somente acontecerá uma reflexão parcial, sendo parte da onda incidente dissipada como calor na parte resistiva de z . Seja a onda incidente $v_1 i_1$ de tal modo que $v_1/i_1 = z_0$; e seja a onda refletida $v_2 i_2$, com $v_2/i_2 = -z_0$. O sinal negativo é algebricamente necessário para dar conta da reversão da corrente ou da voltagem por reflexão. A voltagem v , e a corrente i na terminação z , durante a reflexão são tais que

$$v = v_1 + v_2 \quad \text{e} \quad i = i_1 + i_2.$$

Mas $v = iz$, de modo que para a corrente e voltagem refletidas

$$v_2 = v_1 \frac{z - z_0}{z + z_0} = \alpha v_1 \quad \text{e} \quad i_2 = -i_1 \frac{z - z_0}{z + z_0}$$

onde α é o *fator de reflexão*. Na própria terminação

$$v = v_1 \frac{2z}{z + z_0} = \beta v_1 \quad \text{e} \quad i = i_1 \frac{2z_0}{z + z_0},$$

onde $\beta = 1 + \alpha$ é o *fator de absorção*. A impedância característica é resistiva, e a reflexão surge salvo se $z = z_0$ e também é resistiva. No último caso v_2 e i_2 desaparecem, não há reflexão, e a energia na onda incidente $v_1 i_1$ é absorvida em z à mesma taxa em que chega.

JUNÇÃO DE LINHA OU DESCONTINUIDADE

Uma linha tendo uma mudança brusca de impedância de onda de z_0 para z_0' (como por exemplo na ligação de um ramal, ou numa ligação de linha-cabo) pode ser tratada como acima, substituindo z_0' por z . A voltagem $v = \beta v_1$ é então característica da onda *transmitida*, e β se torna o fator de transmissão.

Escrevendo $v = 2v_1 \cdot z/(z + z_0)$ vê-se que v pode ser considerado como a voltagem através da carga z de um gerador de voltagem de f.e.m. $2v_1$ e impedância interna z_0 . Qualquer terminação de linha de simplicidade razoável pode ser agora estudada. A descontinuidade z pode ser uma carga de derivação, ou qualquer combinação de cargas e linhas de extensão reduzíveis a um equivalente z . Se z é resistivo, o cálculo de v e i terminais é simples; mas se z contém uma função de tempo (i.é, se ele contém elementos indutivos e/ou capacitivos) as expressões $v = \beta v_1$ e $v_2 = \alpha v_1$ se tornam equações integrais diferenciais, a serem resolvidas pelo método dado na Seção 3. Para z resistivo, a reflexão e transmissão (ou absorção) das ondas aparecem sem mudança de forma: para z contendo termos em L e C , a forma da onda incidente é modificada.

REFLEXÕES SIMPLES

Aplicando o circuito equivalente, uma linha em circuito aberto tem $z = \infty$, dando $v = 2v_1$ e $v_2 = v_1$. Para uma linha em curto-circuito, $z = 0$, $v = 0$, e $v_2 = -v_1$. Estes casos são indicados na *Figura 2.26*.

Terminação de indutor derivado. Por causa de L oferecer oposição infinita à taxa infinita de elevação de corrente, age como um circuito aberto no instante da chegada da onda, se deteriorando com a constante de tempo L/z_0 para uma condição de curto-circuito. Assim, a voltagem na terminação é

$$v = 2v_1 \exp(-t \cdot z_0/L)$$

Terminação de condutor derivado. C é inicialmente o equivalente de um curto-circuito, mas as cargas como ondas continuam a chegar, e eventualmente se aproximam do estado carregado para o qual atuam como no circuito aberto. A voltagem através dela é, conseqüentemente,

$$v = 2v_1 [1 - \exp(-t/Cz_0)]$$

Indutor em série. Se um indutor é inserido numa linha de impedância de onda z_0 , o circuito equivalente é constituído pelo gerador de voltagem $2v_1$, carregado com z_0 , L e z_0 em série. A voltagem transmitida para a extensão de linha é então

$$v' = v_1 [1 - \exp(-t \cdot 2z_0/L)]$$

mostrando a redução efetuada na forma abrupta da frente. Isto representa grosseiramente a ação de um modificador de onda em série.

REFLEXÕES MÚLTIPLAS

Ondas em redes de potência estarão sujeitas a reflexões repetidas em terminações, junções, torres e descontinuidades semelhantes. Tais casos são tomados em consideração desenvolvendo a reflexão apropriada e fatores de transmissão (ou absorção) α e β para cada descontinuidade e cada direção. O processo é facilitado pelo uso do "diagrama de rede" de Bewley: uma escala horizontal (de distância ao longo de um sistema na direção da onda inicial) é combinada com uma escala de tempo vertical e descendente. Uma rede de linhas de distância/tempo ocupa o plano, sendo as linhas inclinadas para corresponder às velocidades de propagação no sistema. As linhas são marcadas com seus valores de voltagem de onda em termos de v_1 e os vários coeficientes de transmissão e reflexão.

M.G. SAY

Ph.D., M.Sc., C.Eng., A.C.G.I., D.I.C., F.I.E.E., F.R.S.E.

Colaboradores **e** especializados

MANUAL DO ENGENHEIRO ELETRICISTA

**Unidades e grandezas físicas • Eletrotecnologia •
Análise de redes • Materiais**

Alexandre Luiz Bertozzi
ENG. ELETRICA

