

Curso: Engenharias – Faculdades Pitágoras – Unidade Divinópolis		
Disciplina: Matemática_Estatística_Probabilidade		Tutor(a): Prof. Eng. Alexandre Dezem Bertozzi, Esp.
Aluno(a):		
RA:		Data de entrega: __ / __ / ____
Unidade:	Atividade (__) Interatividade ()	Nota:

1. Como é possível chegar ao valor do número irracional (π) ? Demonstre como você resolver a atividade.
2. Comente a afirmação: (Os Naturais pertencem aos Reais).

Um número fascinante

π , o valor da razão entre a circunferência de qualquer círculo e seu diâmetro, é a mais antiga constante matemática que se conhece. É também um dos poucos objetos matemáticos que, ao ser mencionado, produz reconhecimento e até mesmo interesse em praticamente qualquer pessoa alfabetizada.

Apesar da antiguidade do nosso conhecimento do π , ele ainda é fonte de pesquisas em diversas áreas. Com efeito, dentre os objetos matemáticos estudados pelos antigos gregos, há mais de 2 000 anos, π é um dos poucos que ainda continua sendo pesquisado: suas propriedades continuam a ser investigadas e procura-se inventar novos e mais poderosos métodos para calcular seu valor, sendo que a divulgação desses resultados constitui uma das raras ocasiões em que vemos a Matemática atingindo os meios de comunicação de massa.

Costumamos definir π como sendo a razão entre a circunferência e o diâmetro de um círculo. Isso nos leva a questionar se sua descoberta realmente ocorreu no contexto de círculos.

O π está mais naturalmente associado ao cálculo da circunferência do círculo, da área do círculo e ao volume da esfera, em termos dos respectivos raios ou diâmetros. Adiante explicaremos o que deve ser entendido por natural na frase acima; aqui, queremos apenas observar que o mais comum desses cálculos é o da área do círculo.

Abraham Seidenberg gastou muitos anos de sua vida, vasculhando museus e lendo trabalhos de antropologia, em busca dos mais antigos indícios de envolvimento humano com círculos.

π está em todos os lugares.

O estudo de qualquer objeto matemático ou natural circular ou esférico, bem como o estudo de fenômenos envolvendo ação à distância (como é o caso do estudo dos fenômenos gravitacionais e eletromagnéticos) de um modo quase que inexorável acaba produzindo o π .

Mas, também são frequentes ocorrências do π em estudos onde aparentemente, principalmente para uma pessoa de pouca formação matemática, não estariam envolvidas simetrias circulares: na normalização da distribuição normal de

probabilidades, na distribuição assintótica dos números primos, na construção de números próximos a inteiros dados (na chamada constante de Ramanujan), e mil e uma outras situações.

A descoberta do PI

Muitas pessoas acham que precisamos ter o valor do PI para calcular circunferência de círculos. Um exemplo clássico mostrando que isso NAO e' verdade e' o cálculo da circunferência da Terra por Erathostenes c. 250 AC. Ele mediu um arco de meridiano terrestre de 5000 estádios e, usando um instrumento de forma semi-esférica (chamado skaphe), verificou que esse arco de meridiano era proporcional a um arco de meridiano da skaphe, o qual media 1/50 do meridiano da esfera desse instrumento. Conseqüentemente, concluiu que o meridiano terrestre e' $50 \times 5000 = 250000$ estádios. Ou seja, em lugar nenhum precisou saber o valor do PI!

Esse exemplo, e outros que poderíamos mencionar, mostram que é bastante surpreendente que a quase totalidade das pessoas ache que PI foi descoberto ao se relacionar circunferências com diâmetros dos respectivos círculos. Embora a definição usual do PI baseie-se na constância da razão circunferência : diâmetro, muito provavelmente não foi essa a origem do PI. Com efeito, é difícil imaginarmos situações práticas reais onde, numa civilização incipiente, alguém tenha precisado calcular a circunferência de um círculo de diâmetro conhecido, ou vice-versa. Muito mais naturais são problemas requerendo achar a área de um campo circular em termos do diâmetro ou mesmo em termos da circunferência. Em verdade, devia-se até questionar se a descoberta do PI realmente ocorreu no contexto de círculos, e não no de esferas.

Essa inquietação não é só nossa. O famoso historiador matemático Abraham Seidenberg gastou muitos anos de sua vida vasculhando museus e lendo trabalhos de antropologia, em busca dos mais antigos indícios de envolvimento humano com círculos, esferas e o PI. O resultado desses estudos foi resumido nos seus artigos *The ritual origin of the circle and square*, *Archiv. Hist. Exact Sc.* 25, (1981), e principalmente em *On the volume of a sphere*, *Archiv. Hist. Exact Sc.* 39, (1988). Sua conclusão foi que o cálculo do volume da esfera em termos de seu diâmetro remontaria a antes de 2 000AC, sendo anterior a matemática das grandes antigas civilizações mesopotâmica, indiana, chinesa e egípcia. O historiador matemático B. van der Waerden identifica essa origem com o que chamo de Tradição Origem da Matemática e a localiza no Vale do Danúbio c. 4 000 AC. Segundo Seidenberg, nessa tradição também se teria reconhecido a igualdade da constante de proporcionalidade relacionando circunferência com diâmetro e área de círculo com quadrado do raio; ou seja, já nessa tradição, possivelmente lá por 3000 a 4000AC, se teria reconhecido que o "PI da circunferência" é igual ao "PI da área do círculo". Também é interessante observar que Seidenberg concluiu que a descoberta dessa igualdade usou métodos infinitesimais, ao estilo de Cavalieri.

Alguns métodos de cálculo

São conhecidos quatro métodos principais para o cálculo dos dígitos de Pi:

Obtenção da extensão da circunferência por meio de polígonos de n-lados inscritos o circunscritos.

Mediante a utilização de séries estatísticas.

Através de procedimentos analíticos e geométricos.

Por meio de ordenadores (IBM1620 Universidade de Deusto).

São exemplos dos métodos anteriores o Algoritmo de John Wallis - $\pi = 2 \left(\frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \dots \right)$ - o Algoritmo Gottfried Wilhelm von Leibniz - $\pi = 4 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots \right)$ - e o método Georges Luis Leclerc Buffon. Com este último se obtém o Pi com pouca aproximação. Seu fundamento consiste em lançar quatro palitos sobre duas linhas. Estes palitos devem ter o comprimento da metade da distância entre as linhas. Se um palito cair sobre ou atravessar uma das linhas se anota um ponto. Acumula-se o número de pontos de 25 lançamentos e se divide entre 100, o que deverá dar algo como 3,1. Os métodos mais precisos são os softwares matemáticos, como o Mathematica, que pode obter 10 mil dígitos de Pi.

História do cálculo de Pi

O primeiro cálculo teórico do número Pi foi feito por Arquímedes de Siracusa. Arquímedes determinou que este número seria delimitado pela equação $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$. Para isto ele se baseou no fato da largura da circunferência ter obrigatoriamente que estar compreendida entre o perímetro de um polígono regular que o circunscrevesse e outro que estivesse inscrito no mesmo. O problema deste método é que ele converge muito lentamente ao Pi.

No Egito, davam ao Pi o valor de 3,1605 e na Babilônia somente 3. Os árabes, que tinham um verdadeiro arsenal de matemáticos, obtiveram 17 decimais exatos de Pi através de polígonos inscritos em uma circunferência. Estes cálculos foram realizados na primeira metade do século XV e levaram até a determinação do lado do polígono regular de 2832 Lados (Kashi). No Ocidente, encontramos referências a este número inclusive na Bíblia, onde ele recebe o valor de 3, como para os babilônicos.

Em 1947, dois norte-americanos - John W. Wrench, Jr y Levi B. Smith - chegaram aos 1120 decimais utilizando uma calculadora pré-eletrônica e a fórmula estabelecida por Wallis (1665). Posteriormente a quantidade de decimais extraídos para Pi foi aumentando a medida que a tecnologia dos microprocessadores foi avançando, até situar-se na assombrosa cifra de 51.539.600.000 decimais, recorde atingido por Yasumasa Kanada e Daisuke Takahashi, da Universidade de Tóquio.

Como nota curiosa, em 1983 Rajan Mahadevan foi capaz de recitar de memória 31811 decimais de Pi.

Por que é difícil calcular o PI?

Você deve estar se perguntando agora o que há de tão difícil em calcular o Pi. O problema é que estamos tratando com um número irracional, isto é que não pode ser expresso como fração entre números inteiros.

Se pudéssemos escrever o Pi como fração, na forma m/n , bastaria que definíssemos quais são os números inteiros m e n e, a partir disto, determinar a periodicidade de sua representação decimal. Por exemplo, se Pi fosse igual a $22/7$ (3.142857 142857 142857 ...), precisaríamos apenas achar o valor da parte inteira, 3, e o bloco 142857 que se repete indefinidamente.

É verdade que existem irracionais de representação decimal previsível, e então fáceis de calcular, mas Pi é um irracional imprevisível: sua representação decimal não mostra nenhuma previsibilidade, sendo que se acredita que seus algarismos se distribuam aleatoriamente.

Fontes consultadas em 18 de setembro de 2006.

<http://noticias.terra.com.br/ciencia/interna/0,,OI115525-EI1426,00.html>

<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/aplcom1a.html>

<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/aplcom1b.html>