

EE-881 Princípios de Comunicações I Turma U

1º Semestre/2013

Prof.: Renato Baldini Filho- sala 324

baldini@decom.fee.unicamp.br

www.decom.fee.unicamp.br/~baldini/EE881.htm

Horário:

Terças (21:00 h às 22:40 h)

Quintas (19:00 h às 20:40 h)

Fevereiro	26, 28
Março	05, 07, 12, 14, 19, 21, 26
Abril	02, 04, 09, 11, 16, 18, 23, 25, 30
Maio	02, 07, 09, 14, 16, 21, 23, 28
Junho	04, 06, 11, 13, 18, 20

EE-881 Princípios de Comunicações I

Ementa:

- Canal de comunicação.
- Processos estocásticos.
- Modulação de amplitude.
- Modulação angular.
- Codificação de sinais analógicos.
- Transmissão digital em banda básica.
- Modulação digital.
- Sistemas de múltiplo acesso.
- Tópicos em Comunicações.



Bibliografia:



- S. Haykin & M. Moher, Sistemas de Comunicação, 5ª Edição, John Wiley & Sons (Bookman), 2011.
- S. Haykin & M. Moher, An Introduction to Analog and Digital Communications, 2th Edition, John Wiley & Sons, 2006.
- B. Sklar, Digital Communications: Fundamentals and Applications, 2nd Edition, Prentice Hall, 2001.
- J. Proakis & M. Salehi, Digital Communications, 5th Edition, McGraw-Hill, 2007.

Critério de Avaliação:

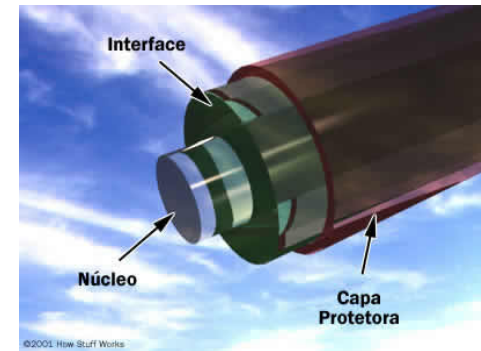
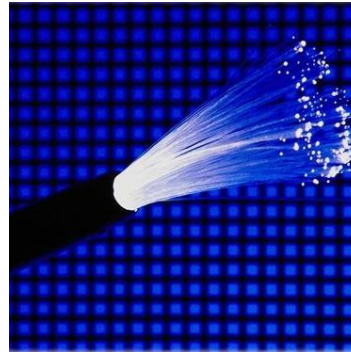
Listas de Exercícios (L)

Prova 1 (P_1): 02/04

Prova 2 (P_2): 14/05

Prova 3 (P_3): 20/06

Exame (E): 11/07



$$M = (L + P_1 + 2P_2 + 3P_3) / 7$$

Se $M \geq 5,0 \Rightarrow$ Aprovado

Se $M < 5,0$ e frequência $\geq 75\% \Rightarrow$ Exame

$$MF = (M + E) / 2$$

Se $MF \geq 5,0 \Rightarrow$ Aprovado

Caso Contrário $\Rightarrow$ Reprovado

Para ser um engenheiro de telecomunicações é necessário ter os seguintes conhecimentos:

Disciplinas básicas:

- Sinais e sistemas
- Probabilidade e processos estocásticos
- Processamento digital de sinais
- Teoria da informação
- Códigos corretores de erro
- Conceitos básicos de comunicações digitais
- Técnicas de digitalização e compressão de sinais
- Teoria Eletromagnética

Mas não é o suficiente!

Disciplinas específicas:

- Sistemas de microondas e radioenlaces
- Comunicações via satélite
- Comunicações ópticas
- Comunicações móveis
- Redes de comunicações (computadores)
- TV digital

Disciplinas complementares:

- Criptografia
- Segurança em redes de comunicações
- Gerência de redes de comunicações
- Planejamento, projetos e tarifação de sistemas de comunicações
- Outras

Capítulo 1

Conceitos Básicos em Telecomunicações

Introdução

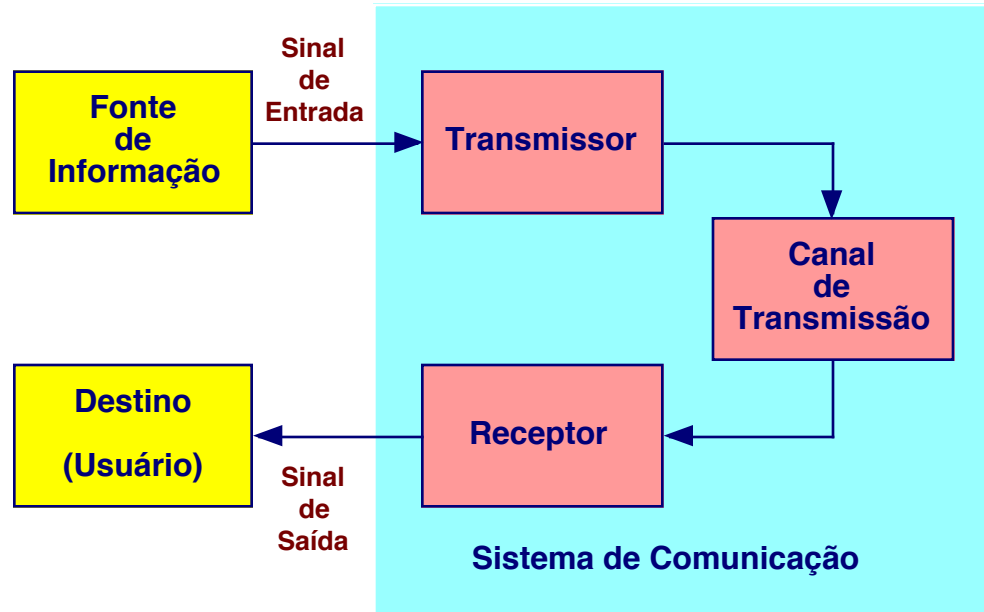
Sistemas de comunicações atuais:

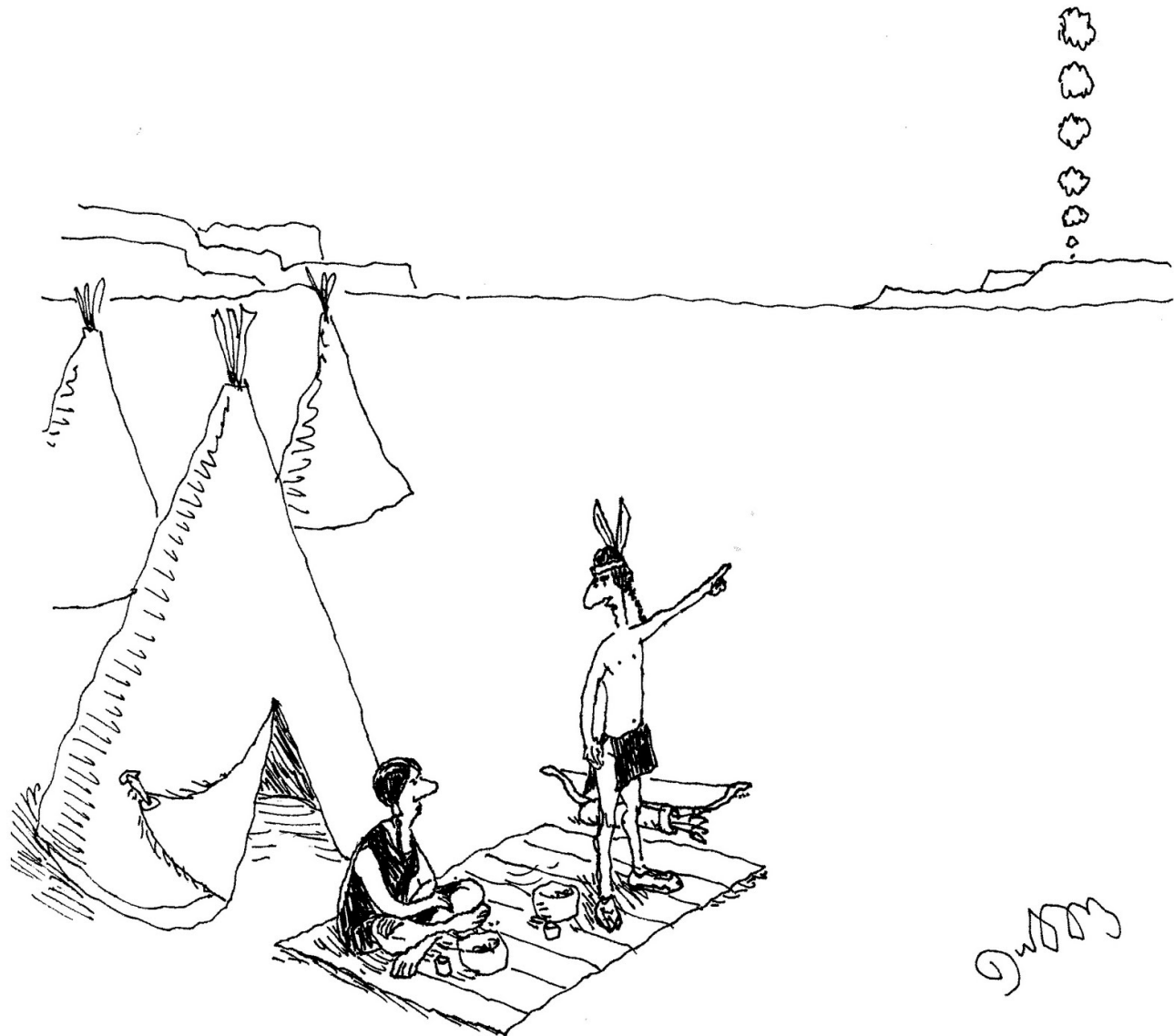
- carregam as mais variadas informações (voz, texto, imagem, dados, etc.) por uma malha que abrange o mundo todo.
- são sistemas de transmissão de alta capacidade e de alta velocidade.
- utilizam os mais diversos meios de transmissão (cabos, fibras ópticas, ar, vácuo, etc.).

Só se tornou possível devido à:

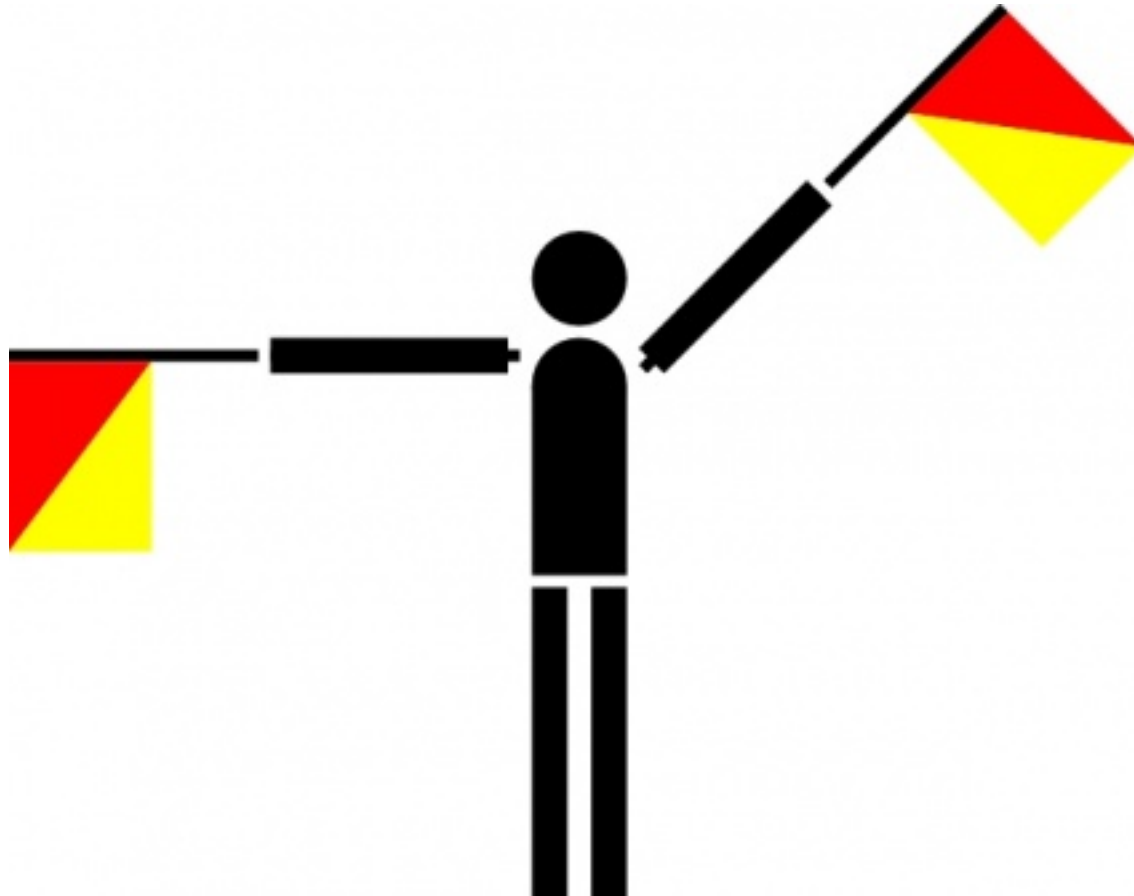
- Evolução dos equipamentos de comunicações.
- Evolução dos equipamentos para processamento e armazenamento da informação.

Sistema de transmissão de informação ponto-a-ponto:

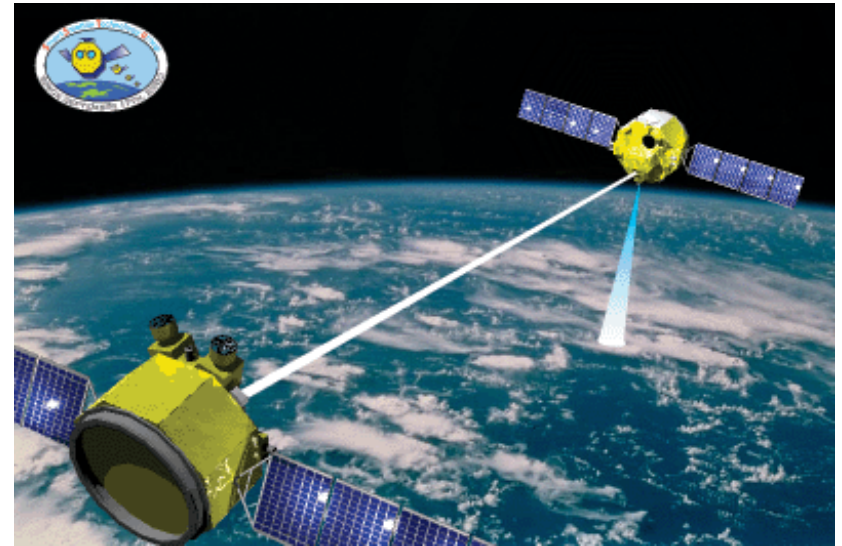
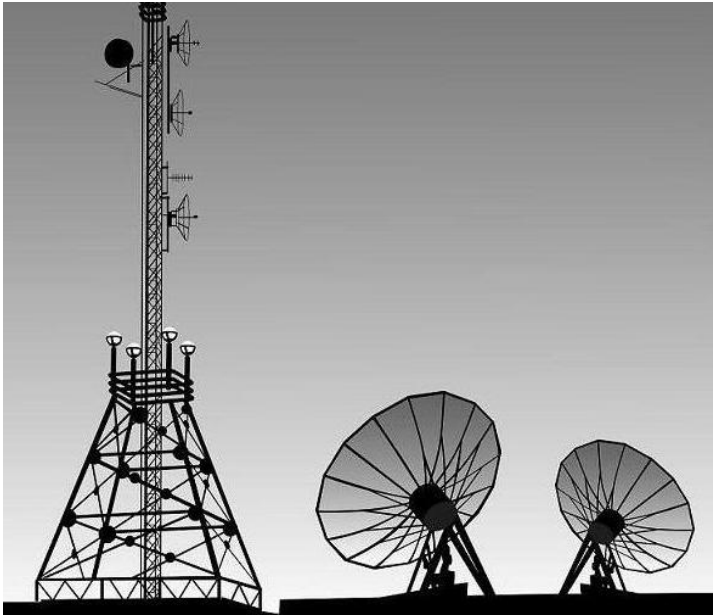




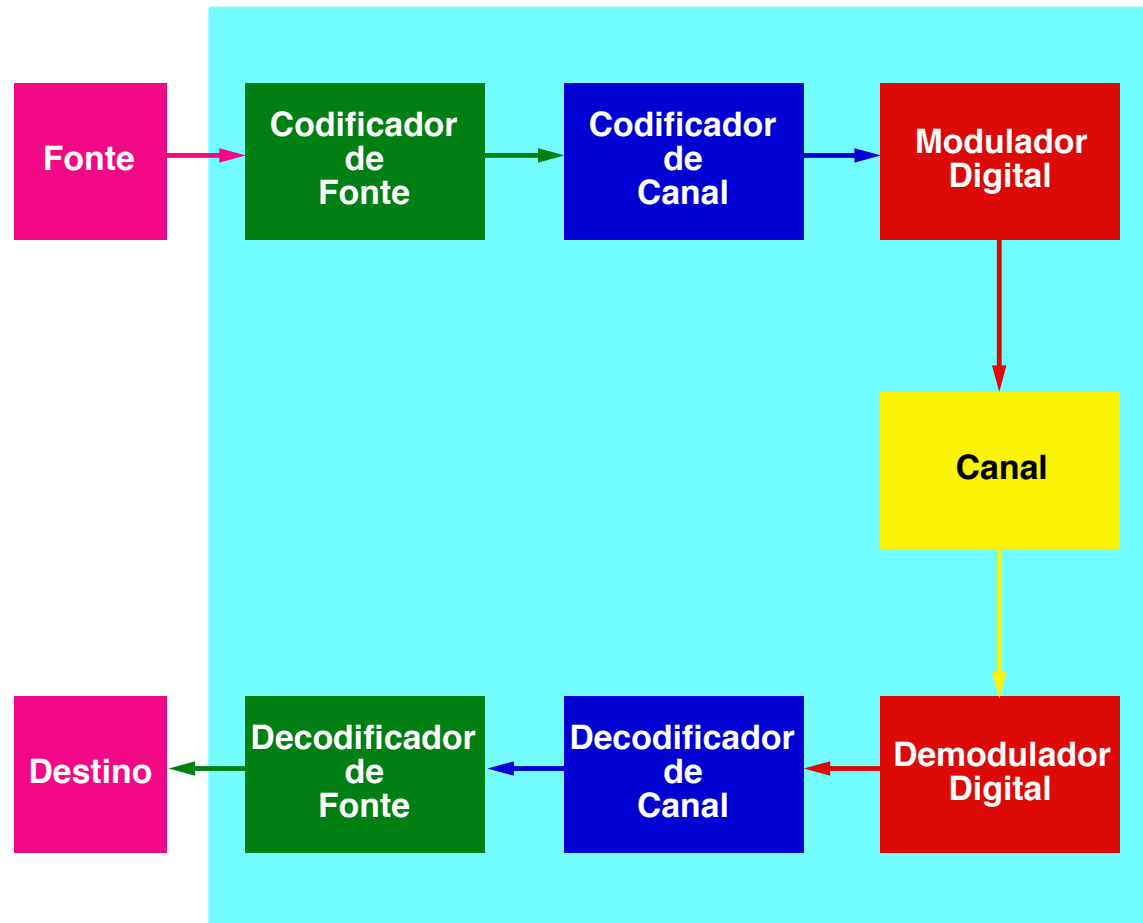
"SORRY, BUT I REALLY NEED TO TAKE THIS."

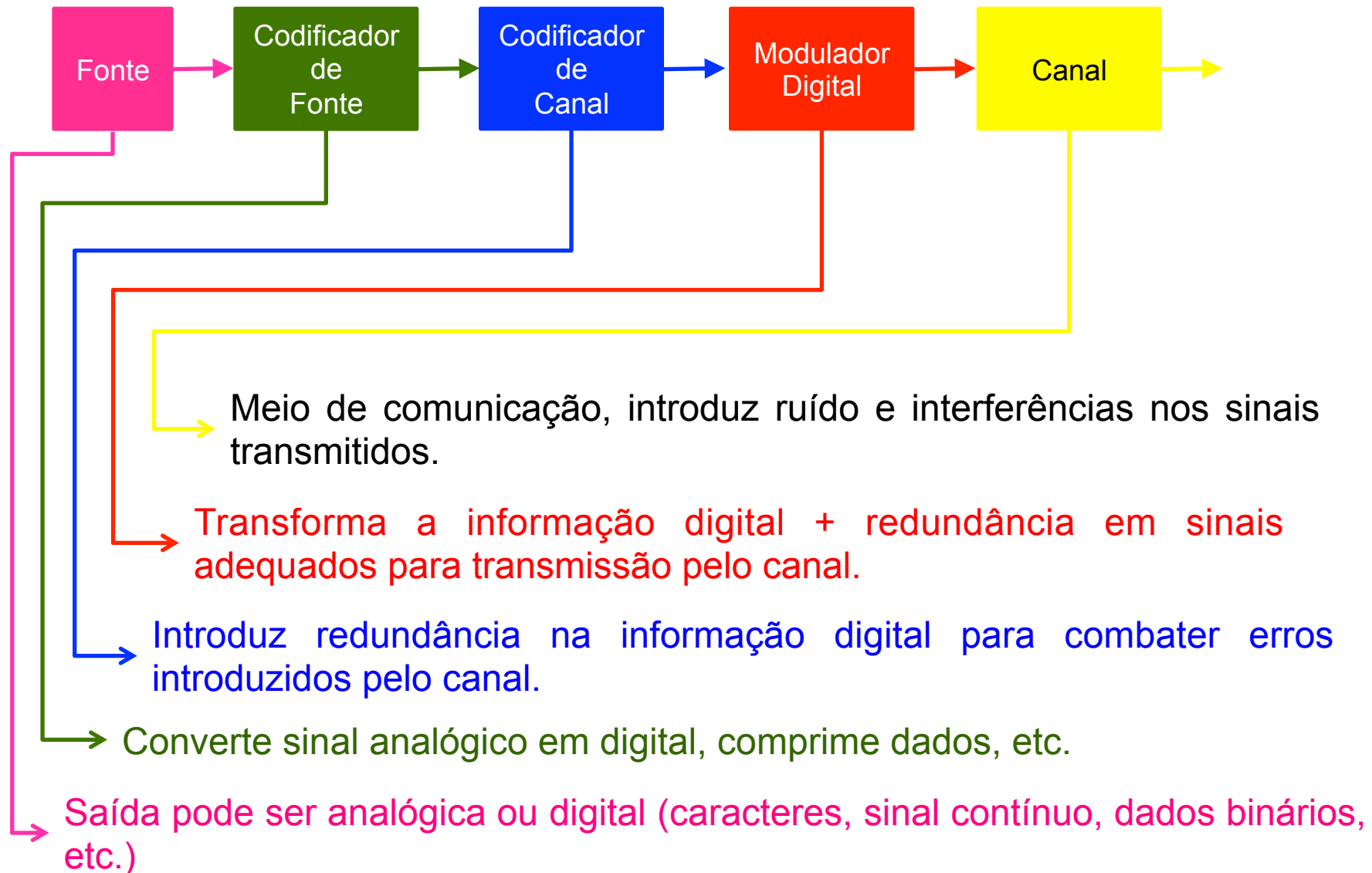


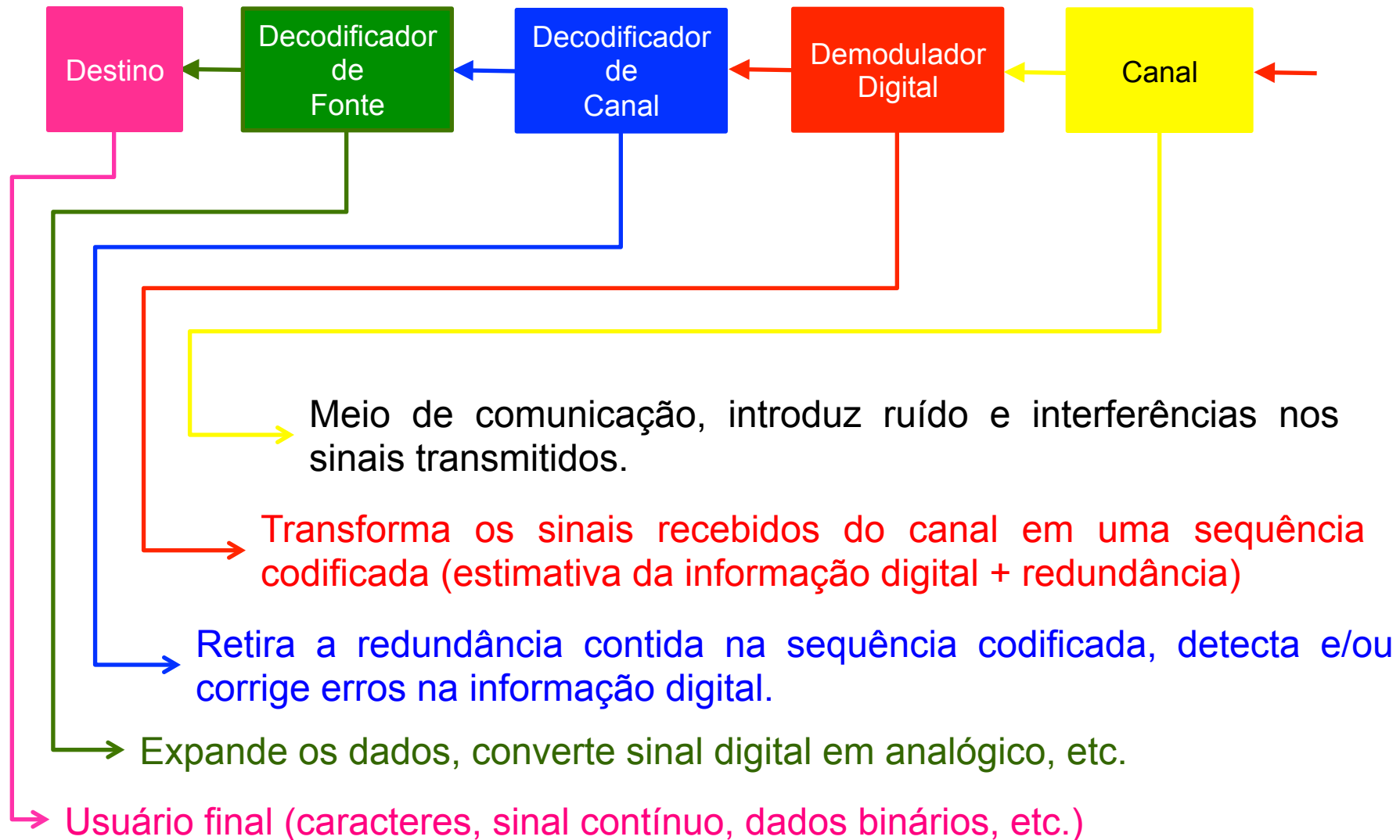




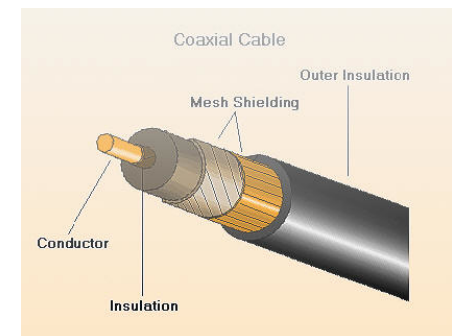
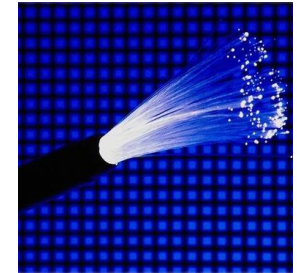
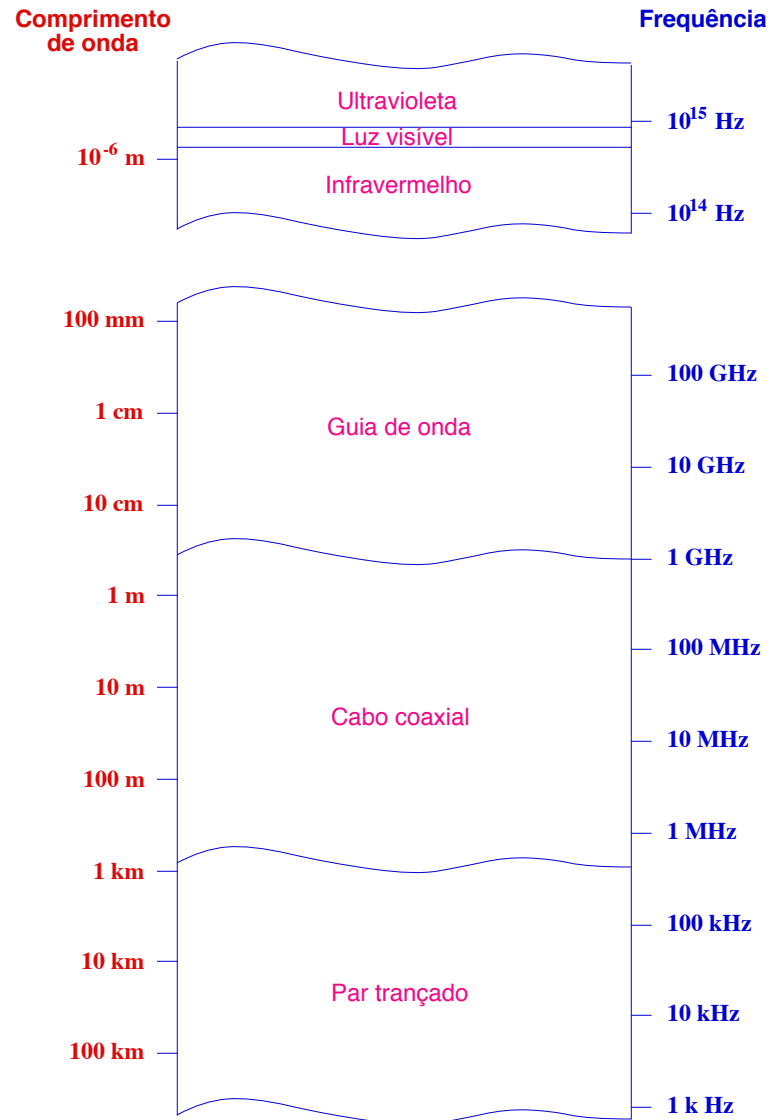
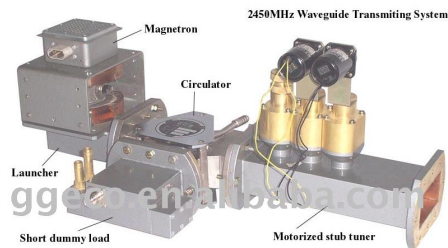
Elementos de um sistema de comunicação digital:







Transmissão em meio confinado (cabos, fios, guias de onda, fibras óptica, etc.):



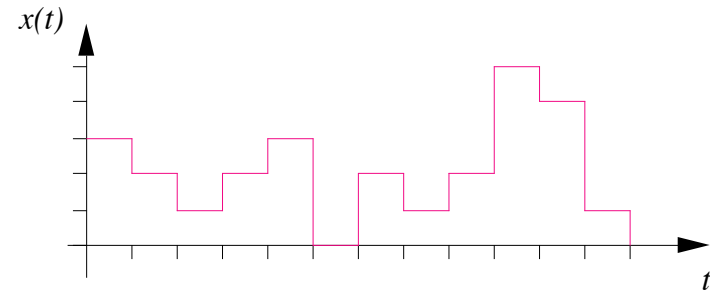
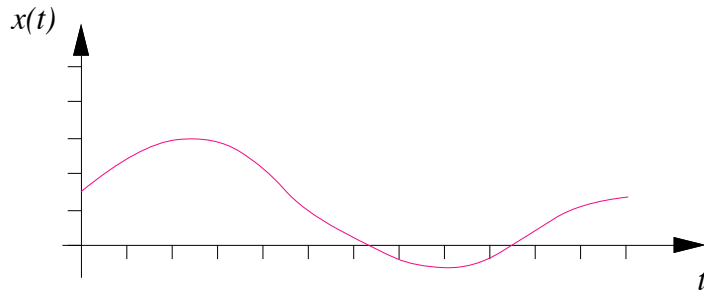
Transmissão em meio não confinado (ar, vácuo, etc.):



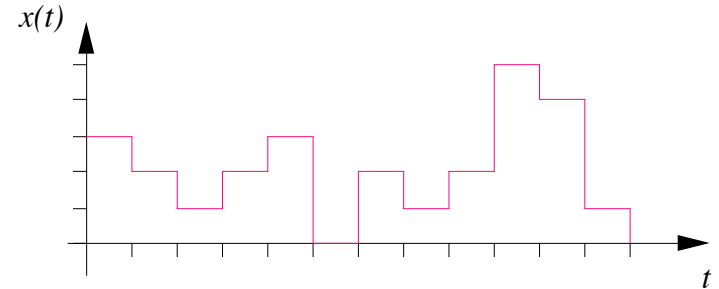
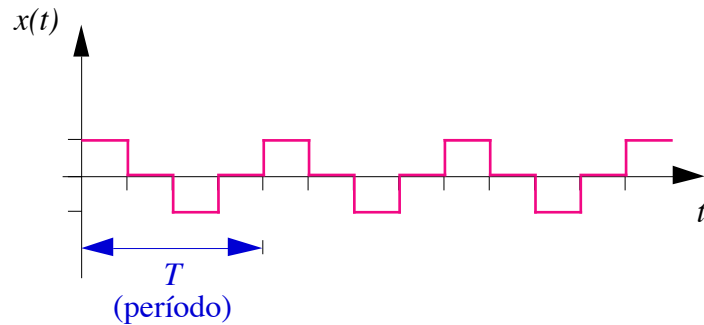
Comprimento de onda		Frequência
10^{-6} m	Ultravioleta	Experimental
	Luz visível	
	Infravermelho	
		10^{15} Hz
		10^{14} Hz
100 mm	Ondas milimétricas (EHF)	Experimental
1 cm	Super high frequency (SHF)	Navegação
10 cm	Ultra high frequency (UHF)	Satélite-satélite
1 m	Very High frequency (VHF)	Microondas
10 m	High frequency (HF)	Terra-satélite
100 m	Ondas médias (OM)	Radar
1 km	Ondas curtas (OC)	Rádio móvel
10 km	Very low frequency (VLF)	TV UHF e rádio móvel
100 km	Banda de áudio	Móvel; aeronáutica
		TV VHF e Radiodifusão FM
		Rádio móvel
		Negócios
		Rádio amador
		Rádio internacional
		Faixa cidadão
		Radiodifusão AM
		Aeronáutica
		Navegação
		Teletipo via rádio
		100 GHz
		10 GHz
		1 GHz
		100 MHz
		10 MHz
		1 MHz
		100 kHz
		10 kHz
		1 k Hz

1. Classificação dos Sinais

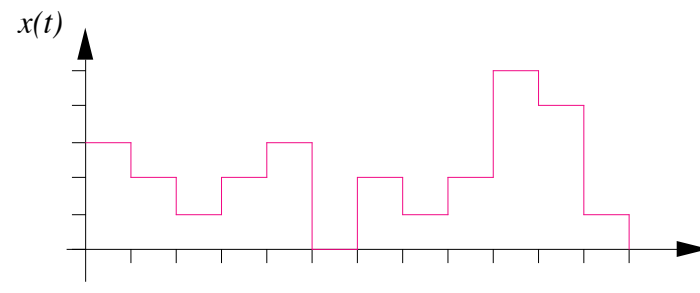
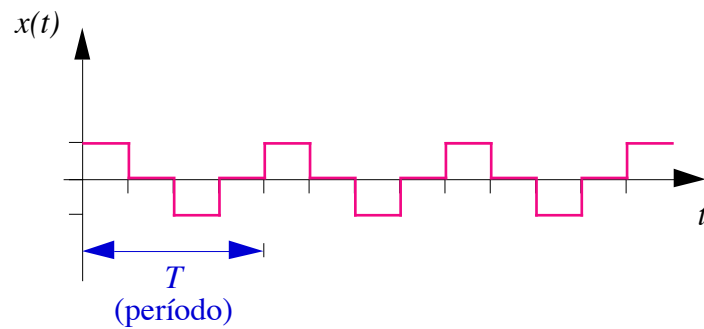
a) Contínuo ou Discreto no tempo:



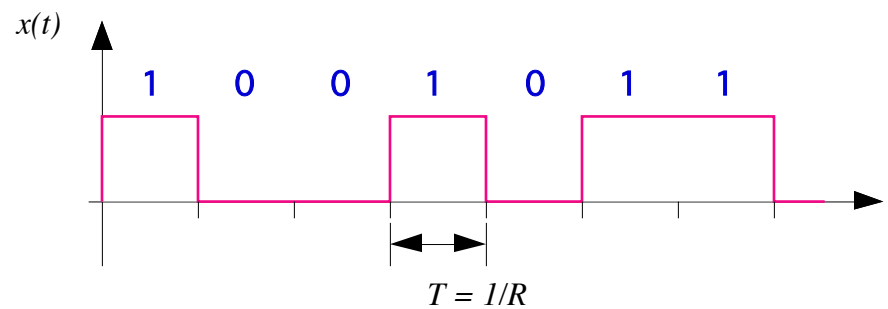
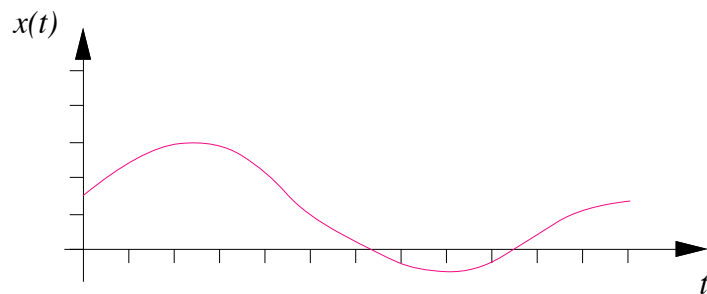
b) Periódico e Não Periódico



c) Determinístico ou Aleatório:



d) Analógico ou Digital:



e) Real ou Complexo:

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$

$$x(t) = A \cos(\omega t) + jB \sin(\omega t)$$

onde $j = \sqrt{-1}$

f) Energia ou Potência

Sinal de energia: $0 < E < \infty$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt$$

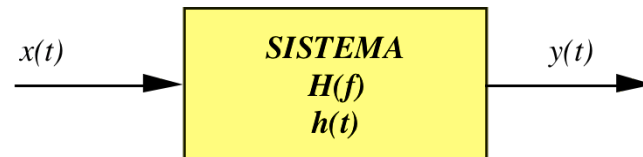
Sinal de potência: $0 < P < \infty$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt$$

Obs.: Se for sinal de energia então **não** é sinal de potência e vice-versa.
Um sinal pode **não** ser de **energia** e de **potência** ao mesmo tempo.

2. Sistemas

Sistema: qualquer dispositivo físico que produz um sinal de saída em resposta a um sinal de entrada.



a) Sistema linear:

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

$$Ax_1(t) + Bx_2(t) \rightarrow Ay_1(t) + By_2(t)$$

A e B constantes.

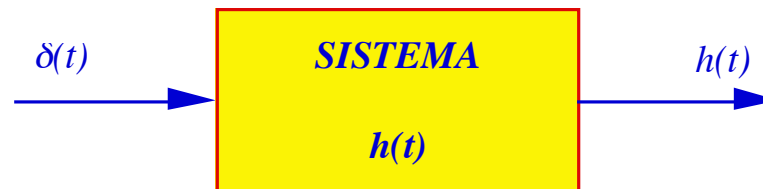
b) Sistema Invariante no tempo:

$$x(t) \rightarrow y(t)$$

$$x(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0)$$

2.1 Domínio do Tempo:

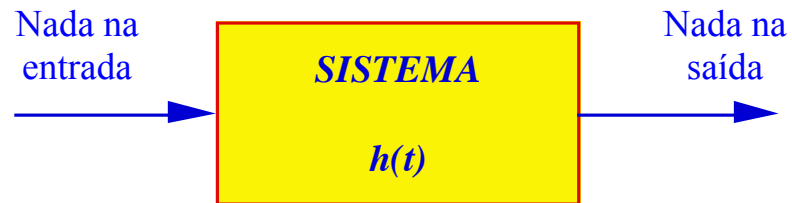
Sistema linear é descrito em termos da resposta $h(t)$ ao impulso unitário $\delta(t)$ aplicado na entrada.



$\delta(t)$ = um impulso de amplitude infinita e duração instantânea (função delta de Dirac). A área sob $\delta(t)$ é igual a 1.

Se $x(t)$ for o sinal de entrada e $y(t)$ for o sinal de saída de um sistema linear, então estes sinais se relacionam através da expressão de convolução:

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) * h(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

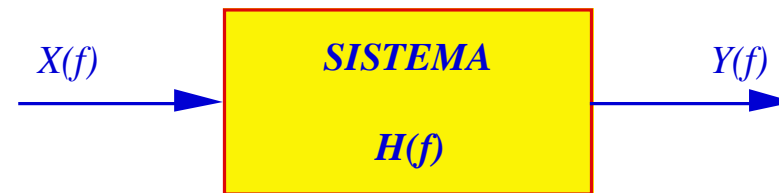
a) Sistema Causal:

Não responde antes da excitação ser aplicada na entrada.

b) Sistema Estável:

Sinal de saída é limitado em amplitude para todos os sinais limitados em amplitude de entrada.

2.2 Domínio da Frequência:



$H(f)$: função de transferência do sistema.

$$Y(f) = H(f)X(f)$$

$H(f)$, $X(f)$ e $Y(f)$ se relacionam com $h(t)$, $x(t)$ e $y(t)$ $\Rightarrow$ Análise de Fourier!!

3. Análise de Fourier

Estabelece uma relação tempo $\Leftrightarrow$ frequência

Espectro de um sinal $\Rightarrow$ domínio da frequência

3.1 Série de Fourier

Função periódica $\Leftrightarrow$ série de componentes senoidais.

$$x_p(t) = a_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \text{sen}(2\pi n f_0 t) \right]$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x_p(t) dt$$

$$a_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x_p(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x_p(t) \text{sen}(2\pi n f_0 t) dt$$

$f_0 = 1/T_0$ é a frequência fundamental

Representação complexa:

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j2\pi n f_0 t)$$

onde

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x_p(t) \exp(-j2\pi f_0 t) dt$$

$$c_n = |c_n| \exp(j\theta)$$

$$\theta = \arg(c_n)$$

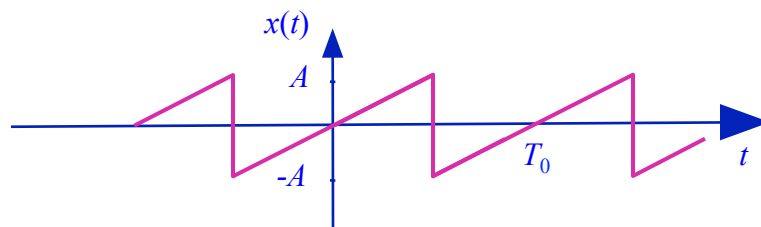
Funções complexas $\Rightarrow$ mais compactas.

frequências negativas $\Rightarrow$ modelo matemático

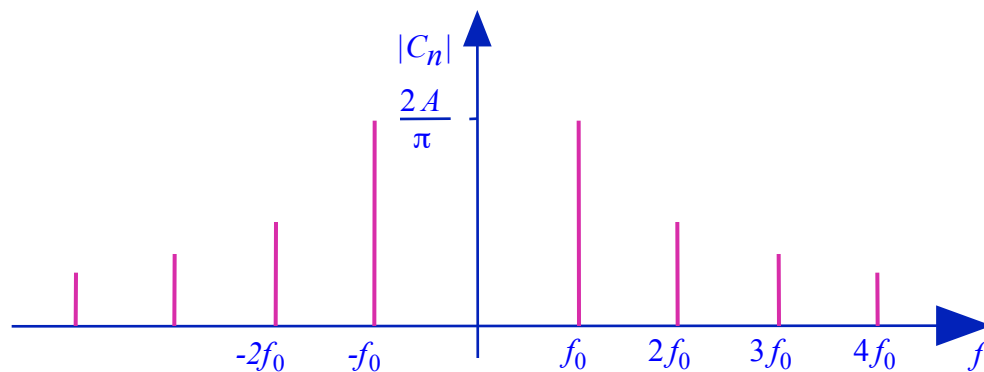
Espectro é representado por dois gráficos:

- espectro de amplitude discreto de $x_p(t)$: $|c_n| \times f$
- espectro de fase discreto de $x_p(t)$: $\theta \times f$

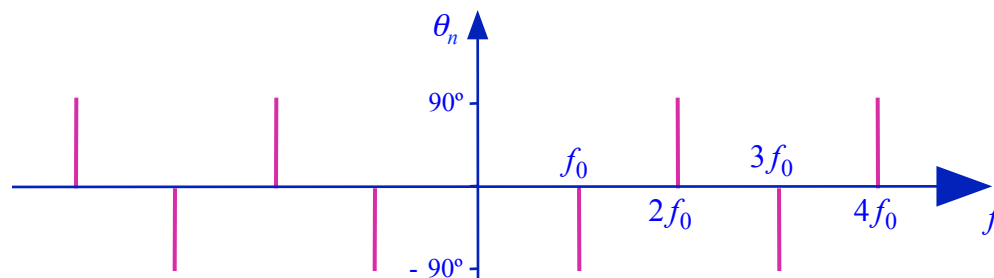
Exemplo:



a) Onda dente de serra



b) Espectro de magnitude



c) Espectro de fase

3.2 Transformada de Fourier

Função não-periódica $\Rightarrow$ transformada de Fourier.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(j 2\pi f t) df$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-j 2\pi f t) dt$$

Notação:

Letras maiúsculas $\Rightarrow$ frequência.

Letras minúsculas $\Rightarrow$ tempo.

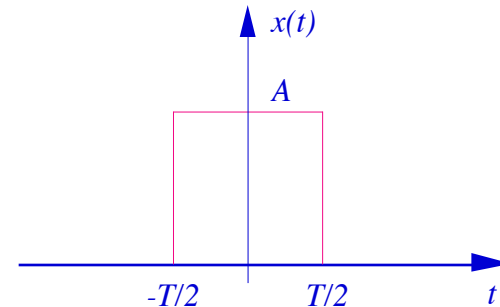
$$X(f) = \mathfrak{F}[x(t)]$$

$$x(t) = \mathfrak{F}^{-1}[X(f)]$$

$$x(t) \Leftrightarrow X(f)$$

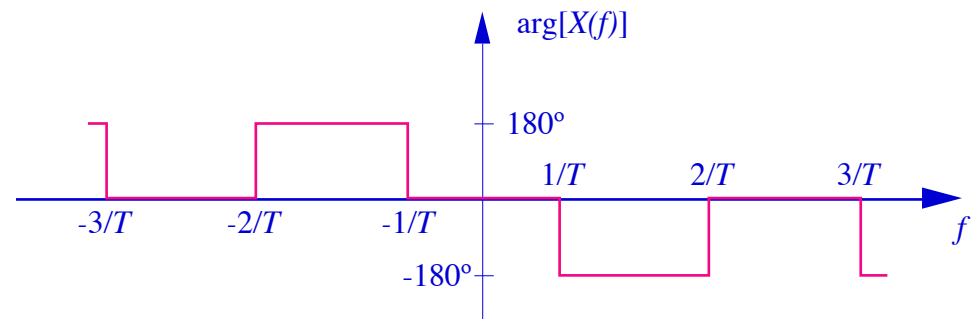
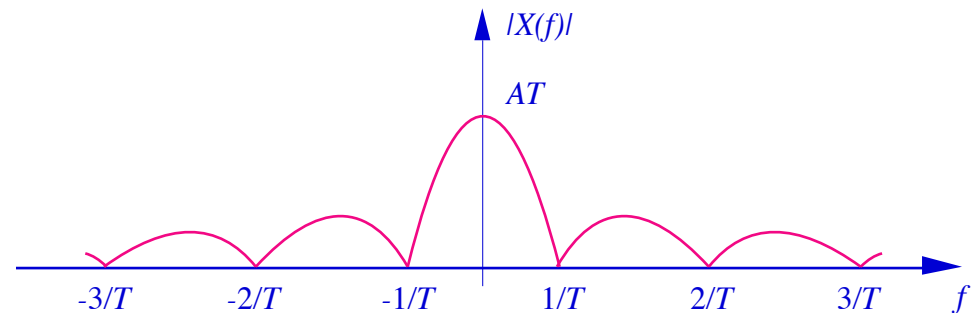
Exemplo: Pulso retangular

$$x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} A & -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{fora} \end{cases}$$



Transformada de Fourier de $x(t)$:

$$X(f) = AT \left[\frac{\operatorname{sen}(\pi f T)}{\pi f T} \right] = AT \operatorname{sinc}(f T)$$



Obs.: $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{\pi x}$

Propriedades da Transformada de Fourier:

1. Linearidade ou sobreposição:

$$ax_1(t) + bx_2(t) \Leftrightarrow aX_1(f) + bX_2(f) \quad a, b = \text{ctes.}$$

2. Escalonamento no tempo:

$$x(at) \Leftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right) \quad a = \text{cte.}$$

3. Dualidade:

$$x(t) \Leftrightarrow X(f) \Rightarrow X(t) \Leftrightarrow x(-f)$$

4. Deslocamento no tempo:

$$x(t - t_0) \Leftrightarrow X(f) \exp(-j2\pi f t_0)$$

5. Deslocamento na frequência:

$$x(t)\exp(j2\pi f_0 t) \Leftrightarrow X(f - f_0)$$

6. Diferenciação no domínio do tempo:

$$\frac{dx(t)}{dt} \Leftrightarrow j2\pi fX(f)$$

7. Integração no domínio do tempo:

$$\int_{-\infty}^t x(t)dt \Leftrightarrow \frac{X(f)}{j2\pi f} + \frac{X(0)}{2}\delta(f)$$

8. Funções conjugadas:

$$x(t) \Leftrightarrow X(f) \quad \Rightarrow \quad x^*(t) \Leftrightarrow X^*(-f)$$

9. Multiplicação no domínio do tempo:

$$x_1(t)x_2(t) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\lambda)X_2(f-\lambda)d\lambda$$

10. Convolução no domínio do tempo:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau \Leftrightarrow X_1(f)X_2(f)$$

11. Área sob $x(t)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt = X(0)$$

12. Área sob $X(f)$:

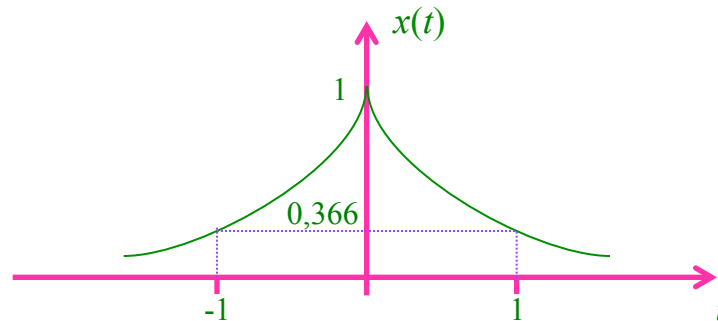
$$x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) df$$

13. Teorema de Rayleigh de energia:

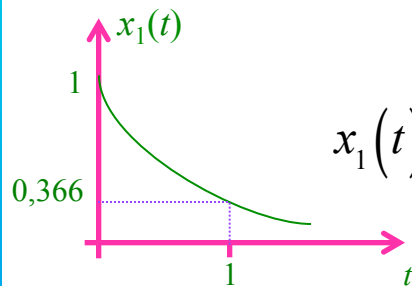
$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df$$

Exemplo: Linearidade

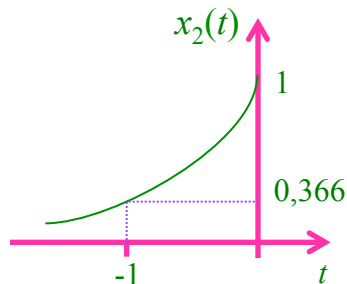
Pulso exponencial duplo:



$$x(t) = \begin{cases} \exp(-t) & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ \exp(t) & t < 0 \end{cases}$$



$$x_1(t) = \exp(-t) \quad t > 0 \quad \Rightarrow \quad X_1(f) = \int_0^{\infty} \exp(-t) \exp(-j2\pi ft) dt = \frac{1}{1 + j2\pi f}$$



$$x_2(t) = \exp(t) \quad t < 0 \quad \Rightarrow \quad X_2(f) = \int_{-\infty}^0 \exp(t) \exp(-j2\pi ft) dt = \frac{1}{1 - j2\pi f}$$

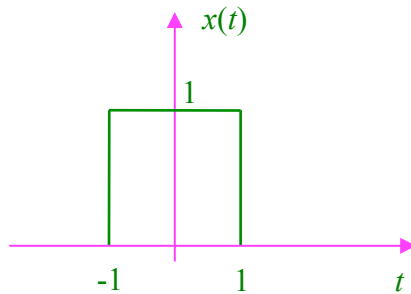
$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$X(f) = X_1(f) + X_2(f) = \frac{2}{1 + (2\pi f)^2}$$

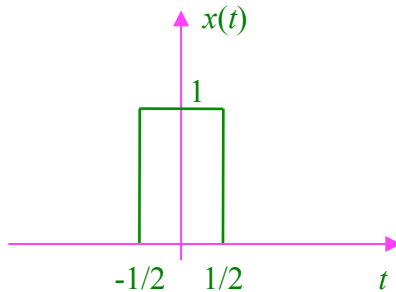
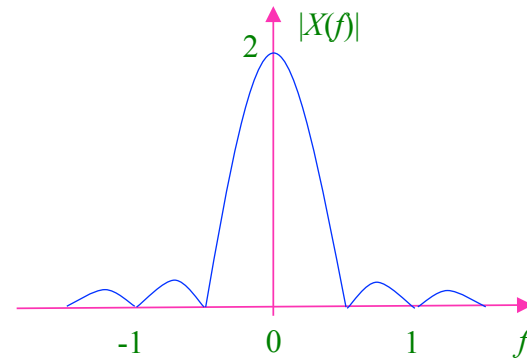
Exemplo: Escalonamento no tempo

$$x(at) \Leftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right)$$

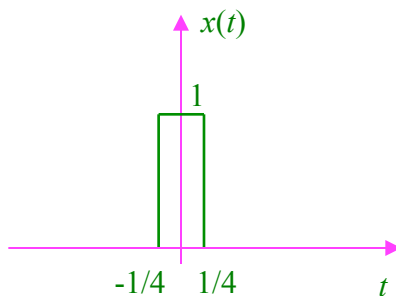
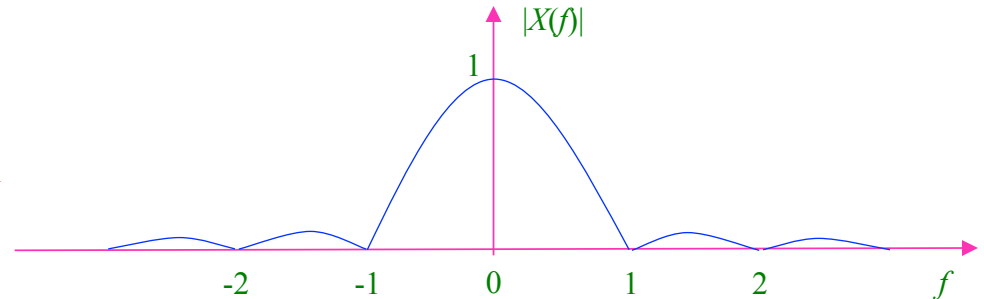
Pulso retangular:



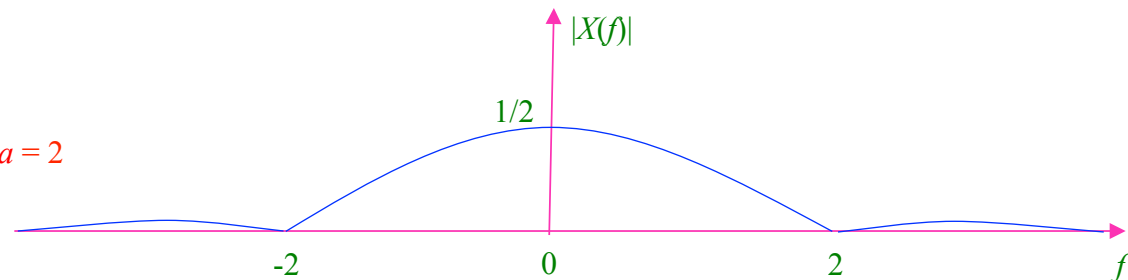
$a = 1/2$



$a = 1$



$a = 2$



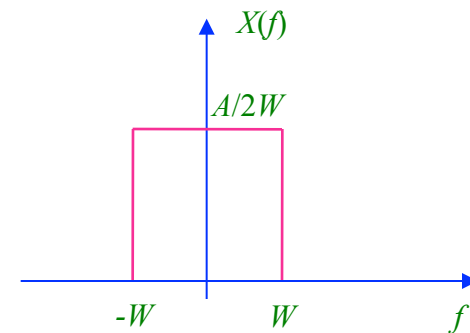
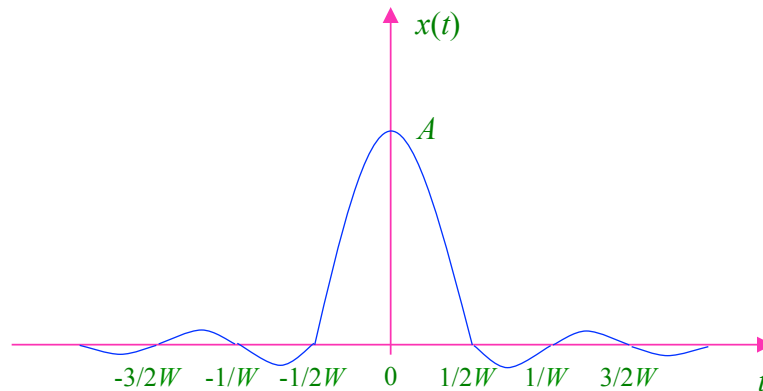
Exemplo: Dualidade

Pulso sinc: $x_d(t) = A \operatorname{sinc}(2Wt)$

Pulso retangular: $x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \Leftrightarrow X(f) = AT \operatorname{sinc}(fT) \quad (\text{função par})$

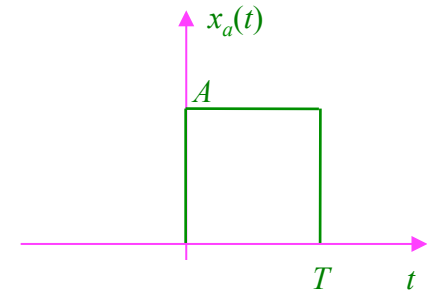
Dualidade: $X(t) \Leftrightarrow x(-f)$

$$x_d(t) = A \operatorname{sinc}(2Wt) \Leftrightarrow X_d(f) = \frac{A}{2W} \operatorname{rect}\left(\frac{f}{2W}\right)$$

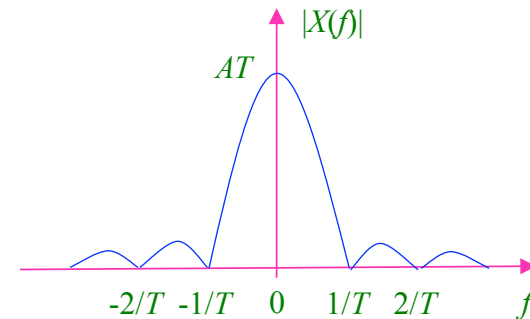
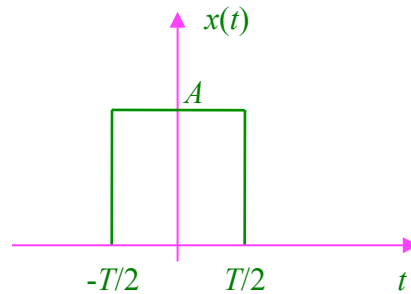


Exemplo: Deslocamento no tempo

Pulso retangular deslocado: $x_a(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t - T/2}{T}\right)$



Pulso retangular:



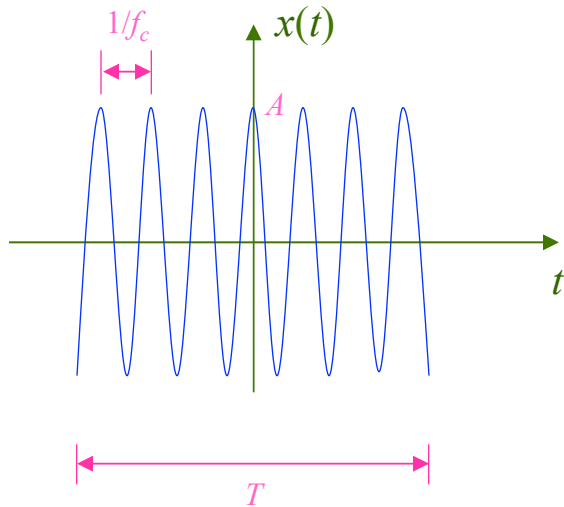
$$x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \Leftrightarrow X(f) = AT \operatorname{sinc}(fT)$$

Então,

$$x_a(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t - T/2}{T}\right) \Leftrightarrow X_a(f) = AT \operatorname{sinc}(fT) \exp(-j\pi fT)$$

Exemplo: Deslocamento em frequência

Pulso de radiofrequência limitado no tempo:



$$x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \cos(2\pi f_c t)$$

$$= \frac{A}{2} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) [\exp(j2\pi f_c t) + \exp(-j2\pi f_c t)]$$

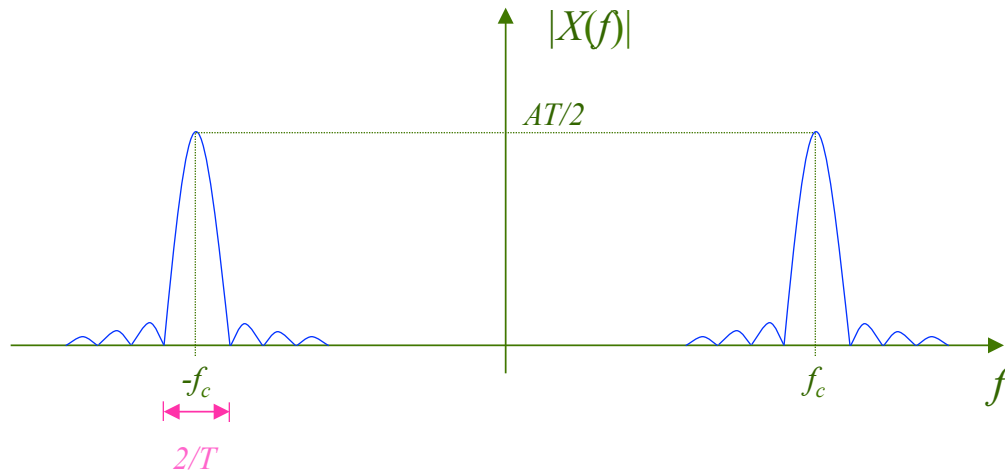
$$\cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2} [\exp(j2\pi f_c t) + \exp(-j2\pi f_c t)]$$

$$\operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \Leftrightarrow T \operatorname{sinc}(Tf)$$

Propriedade de deslocamento em frequência: $g(t) \exp(j2\pi f_c t) \Leftrightarrow G(f - f_c)$

$$x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \cos(2\pi f_c t)$$

$$X(f) = \frac{AT}{2} \left\{ \operatorname{sinc}\left[T(f - f_c)\right] + \operatorname{sinc}\left[T(f + f_c)\right] \right\}$$



Exemplo: Propriedade da Diferenciação

Desejamos obter $x(t)$ cuja transformada de Fourier $X(f)$ possui a mesma forma.

Diferenciando $X(f)$:

$$-j2\pi t x(t) \Leftrightarrow \frac{dX(f)}{df}$$

$$-2\pi t x(t) \Leftrightarrow \frac{1}{j} \frac{dX(f)}{df}$$

Vamos supor que $x(t)$ satisfaça a equação: $\frac{dx(t)}{dt} = -2\pi t x(t)$

Sabemos que $\frac{dx(t)}{dt} \Leftrightarrow j2\pi f X(f)$ (propriedade de diferenciação)

Então,

$$\frac{1}{j} \frac{dX(f)}{df} = j2\pi f X(f) \quad (\times j) \quad \rightarrow \quad \frac{dX(f)}{df} = -2\pi f X(f)$$

Assim, $X(f)$ também deve satisfazer

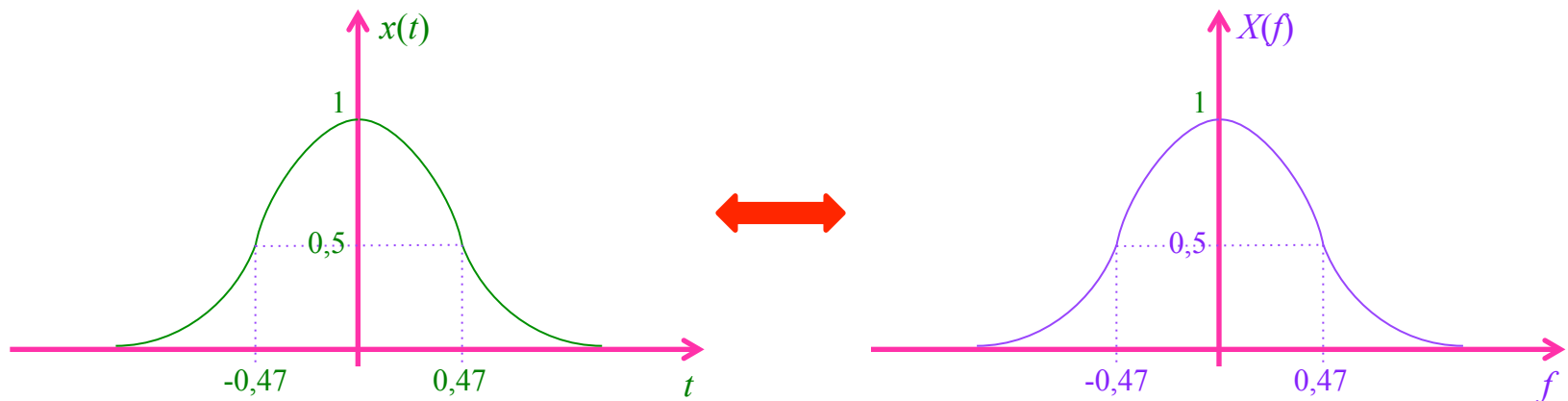
Mas note que $\frac{dx(t)}{dt} = -2\pi tx(t)$ e $\frac{dX(f)}{df} = -2\pi fX(f)$ possuem a mesma forma.

Então, $x(t)$ e $X(f)$ são funções matemáticas similares.

Logo, $x(f) = X(f)$.

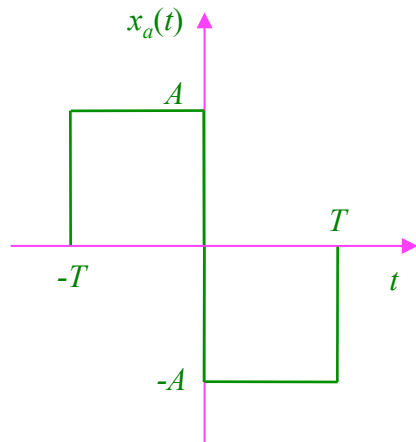
Assim, obtemos o pulso gaussiano:

$$x(t) = \exp(-\pi t^2) \Leftrightarrow X(f) = \exp(-\pi f^2)$$

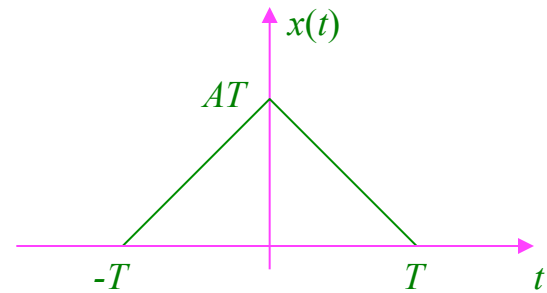


Exemplo: Propriedade da Integração

Pulso triangular:



integrando



$$x_a(t) = \begin{cases} A & \text{para } -T \leq t < 0 \\ -A & \text{para } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{fora} \end{cases} \longleftrightarrow X_a(f) = AT \operatorname{sinc}(fT) [\exp(j\pi fT) - \exp(-j\pi fT)]$$

Note que $X_a(0) = 0$.

Propriedade da Integração: $\int_{-\infty}^t x_a(t) dt \Leftrightarrow \frac{X_a(f)}{j2\pi f} + \frac{X_a(0)}{2} \delta(f)$

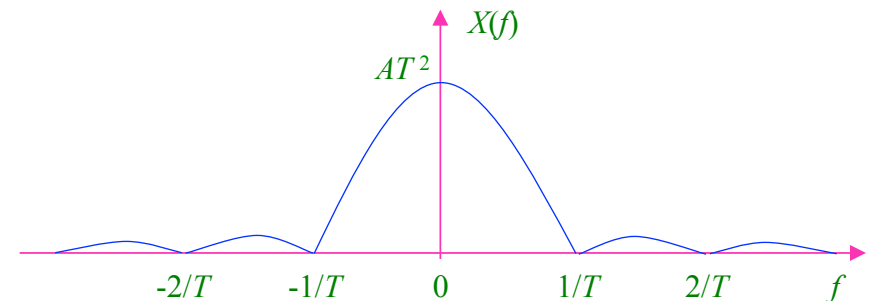
$$\int_{-\infty}^t x_a(t) dt \Leftrightarrow \frac{X_a(f)}{j2\pi f}$$

$$X(f) = \frac{X_a(f)}{j2\pi f}$$

$$= \frac{AT \operatorname{sinc}(fT) [\exp(j\pi fT) - \exp(-j\pi fT)]}{j2\pi f}$$

Usando a relação $\operatorname{sen}(\theta) = \frac{[\exp(j\theta) - \exp(-j\theta)]}{j2}$ obtemos:

$$X(f) = AT^2 \operatorname{sinc}^2(fT)$$



Exemplo: Funções conjugadas $x^*(t) \Leftrightarrow X^*(-f)$

Parte real e imaginária de uma função no tempo:

$$x(t) = \text{Re}[x(t)] + j \text{Im}[x(t)]$$

+

$$x^*(t) = \text{Re}[x(t)] - j \text{Im}[x(t)]$$

$$x(t) + x^*(t) = 2 \text{Re}[x(t)]$$

→

$$\text{Re}[x(t)] = \frac{1}{2} [x(t) + x^*(t)]$$

$$\text{Re}[x(t)] \Leftrightarrow \frac{1}{2} [X(f) + X^*(-f)]$$

$$x(t) = \text{Re}[x(t)] + j \text{Im}[x(t)]$$

-

$$x^*(t) = \text{Re}[x(t)] - j \text{Im}[x(t)]$$

$$x(t) - x^*(t) = 2j \text{Im}[x(t)]$$

→

$$\text{Im}[x(t)] = \frac{1}{2j} [x(t) - x^*(t)]$$

$$\text{Im}[x(t)] \Leftrightarrow \frac{1}{2j} [X(f) - X^*(-f)]$$

Exemplo: Multiplicação no tempo $x_1(t)x_2(t) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\lambda)X_2(f-\lambda)d\lambda$

Pulso sinc truncado:

$$x(t) = \text{sinc}(2Wt) \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

$$\text{sinc}(2Wt) \Leftrightarrow \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{f}{2W}\right)$$

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \Leftrightarrow T \text{sinc}(fT)$$

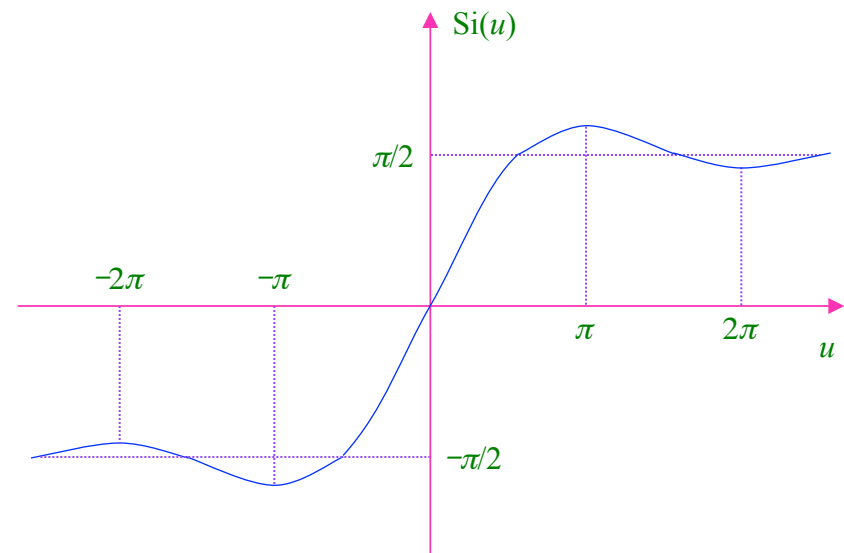
$$x(t) = \text{sinc}(2Wt) \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \longleftrightarrow X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2W} \text{rect}\left(\frac{\lambda}{2W}\right) T \text{sinc}[(f-\lambda)T] d\lambda$$

$$X(f) = \frac{T}{2W} \int_{-W}^W \text{sinc}[(f-\lambda)T] d\lambda$$

$$\begin{aligned}
 X(f) &= \frac{T}{2W} \int_{-W}^W \text{sinc}[(f - \lambda)T] d\lambda \\
 &= \frac{T}{2W} \int_{-W}^W \frac{\text{sen}[\pi(f - \lambda)T]}{\pi(f - \lambda)T} d\lambda
 \end{aligned}$$

Sabendo que a integral seno é dada por:

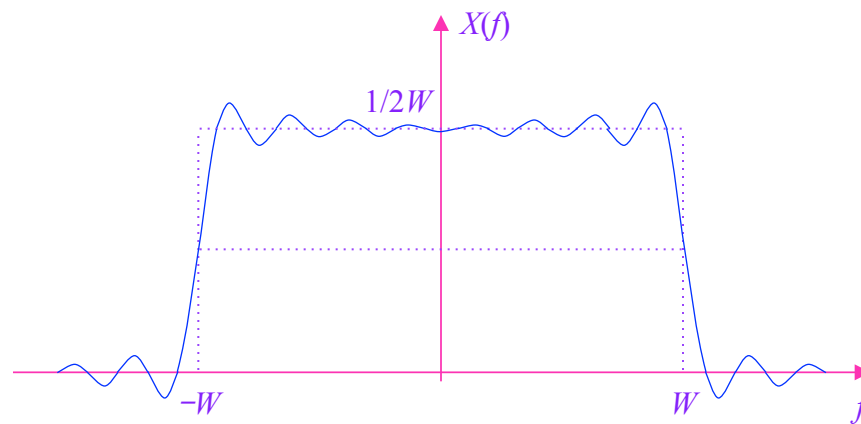
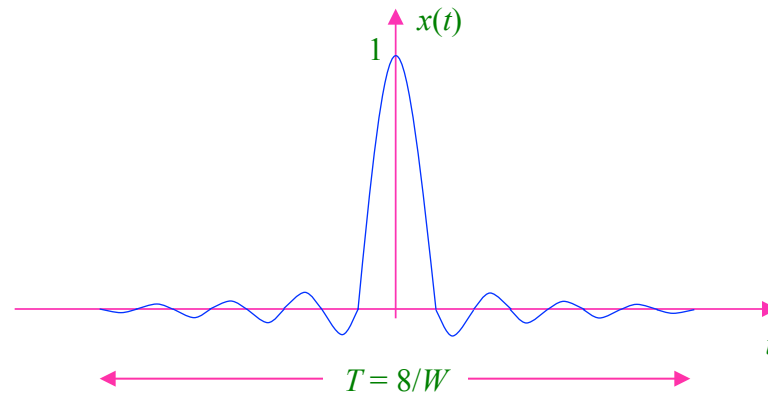
$$\text{Si}(u) = \int_0^u \frac{\text{sen}(\theta)}{\theta} d\theta$$



Obtemos:

$$X(f) = \frac{1}{2\pi W} \left[\text{Si}(\pi W T - \pi f T) + \text{Si}(\pi W T + \pi f T) \right]$$

Para $T = 8$:



Exemplo: Derivação de uma integral convolução no tempo

Seja a convolução:

$$x_1(t) * x_2(t) \Leftrightarrow X_1(f) X_2(f)$$

Então,

$$\frac{d}{dt} [x_1(t) * x_2(t)] \Leftrightarrow j2\pi f [X_1(f) X_2(f)]$$

$$\Leftrightarrow [j2\pi f X_1(f)] X_2(f)$$

$$\Leftrightarrow \mathfrak{F} \left[\frac{d}{dt} x_1(t) \right] X_2(f)$$

Logo,

$$\frac{d}{dt} [x_1(t) * x_2(t)] = \frac{dx_1(t)}{dt} * x_2(t)$$

Analogamente,

$$\frac{d}{dt} [x_1(t) * x_2(t)] = x_1(t) * \frac{dx_2(t)}{dt}$$

Função delta de Dirac:

$\delta(t)$ = um impulso de amplitude infinita e duração instantânea.

A área sob $\delta(t) = 1$.

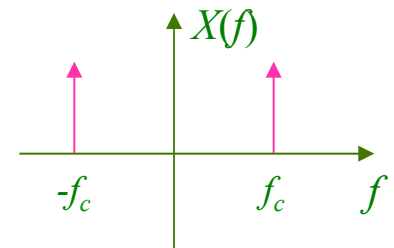
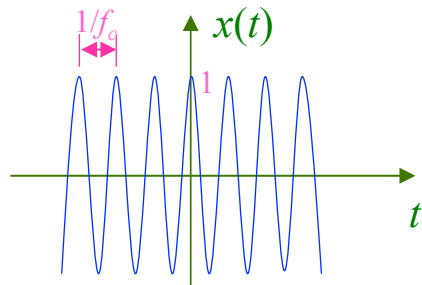
Propriedades da função delta de Dirac:

- $\delta(t)$ é par: $\delta(t) = \delta(-t)$
- Integral do produto: $\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t) dt = x(0)$
- Deslocamento: $\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$
- Convolução: $\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = x(t) \Rightarrow x(t) * \delta(t) = x(t)$

- Transformada de Fourier: $\delta(t) \Leftrightarrow 1$
- dualidade: $1 \Leftrightarrow \delta(f)$
- relação útil (transformada de Fourier de 1): $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi ft) dt = \delta(f)$
- simplificação da relação útil ($\delta(f)$ é real): $\int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi ft) dt = \delta(f)$
- Exponencial: $\exp(j2\pi f_c t) \Leftrightarrow \delta(f - f_c)$

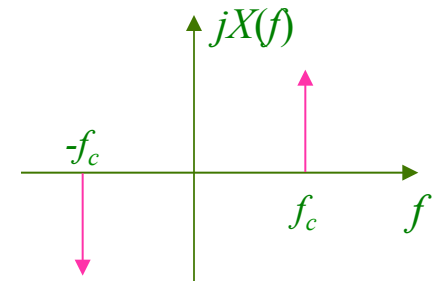
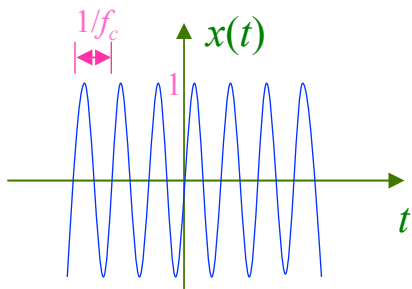
- funções senoidais:

$$\cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2} [\exp(j2\pi f_c t) + \exp(-j2\pi f_c t)]$$



$$\cos(2\pi f_c t) \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$$

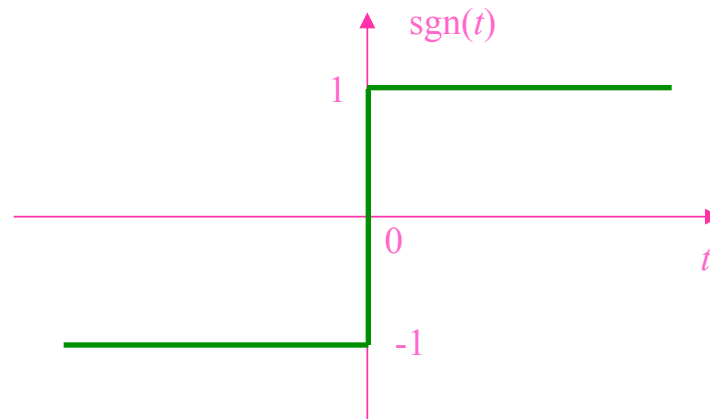
$$\sin(2\pi f_c t) = \frac{1}{2j} [\exp(j2\pi f_c t) - \exp(-j2\pi f_c t)]$$



$$\sin(2\pi f_c t) \Leftrightarrow \frac{1}{2j} [\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)]$$

Função sinal:

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$

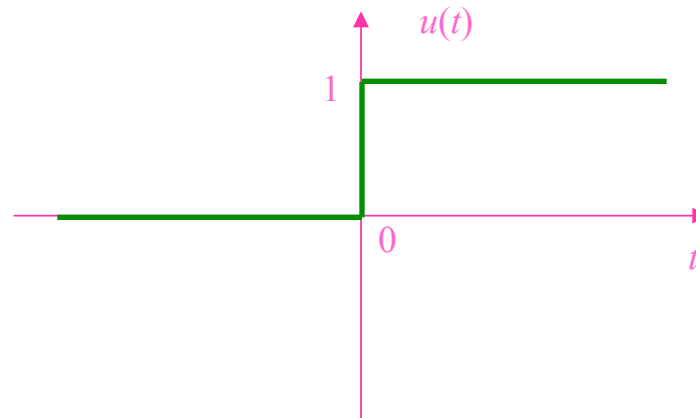


Par de transformadas:

$$\text{sgn}(t) \Leftrightarrow \frac{1}{j\pi f}$$

Função degrau unitário:

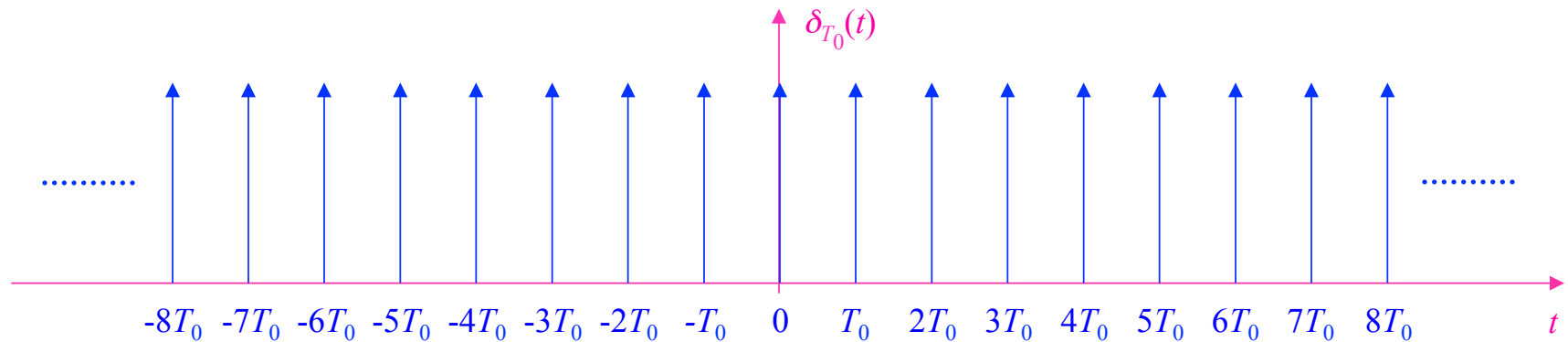
$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ \frac{1}{2} & t = 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



Par de transformadas:

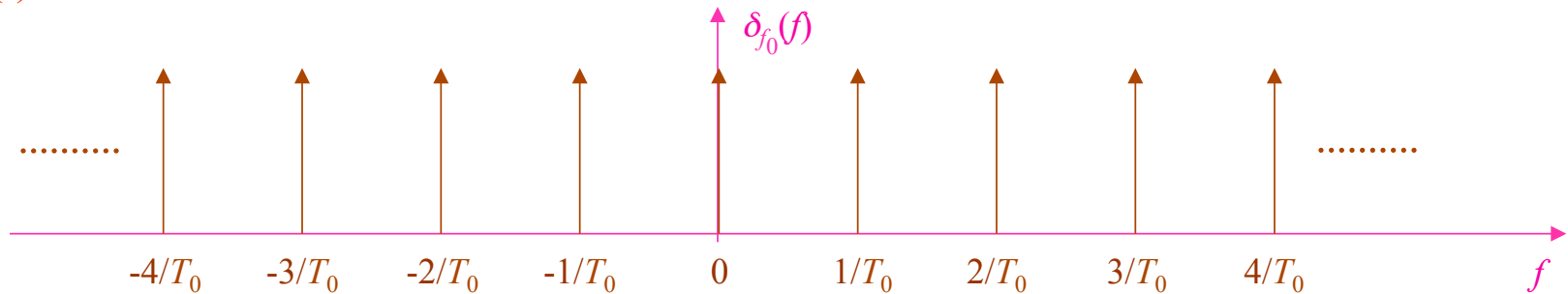
$$u(t) = \frac{1}{2} [\text{sgn}(t) + 1] \Leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f} + \frac{1}{2} \delta(f)$$

Função amostragem ideal (pente de Dirac):



$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_0)$$

$$\delta(t) \Leftrightarrow 1$$



$$\delta_{f_0}(f) = f_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - nf_0\right), \quad f_0 = 1/T_0$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_0) \Leftrightarrow \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right)$$

Transformada de Fourier de Sinais periódicos:

Sinais periódicos podem ser representados por uma soma de exponenciais complexas.

Exponenciais complexas possuem transformada de Fourier!

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{j2\pi n t}{T_0}\right)$$

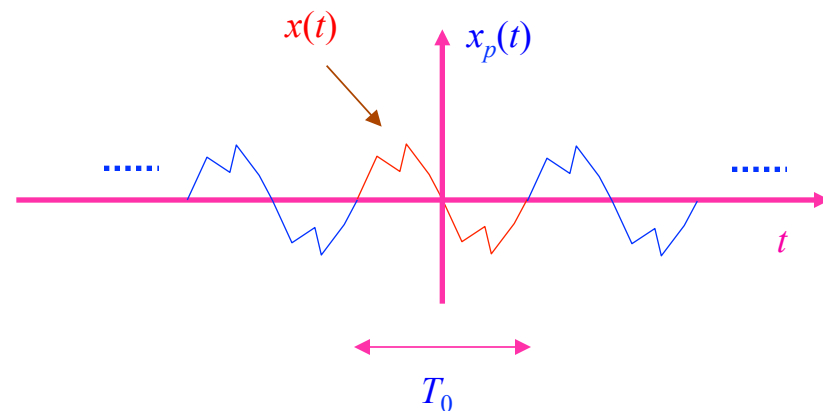
$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x_p(t) \exp\left(-\frac{j2\pi n t}{T_0}\right) dt$$

Definindo $x(t)$ como:

$$x(t) = \begin{cases} x_p(t) & -\frac{T_0}{2} \leq t \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{fora} \end{cases}$$

Então,

$$x_p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(t - mT_0)$$



Mas $x(t)$ possui transformada de Fourier, então

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp\left(-\frac{j2\pi nt}{T_0}\right) dt = \frac{1}{T_0} X\left(\frac{n}{T_0}\right)$$

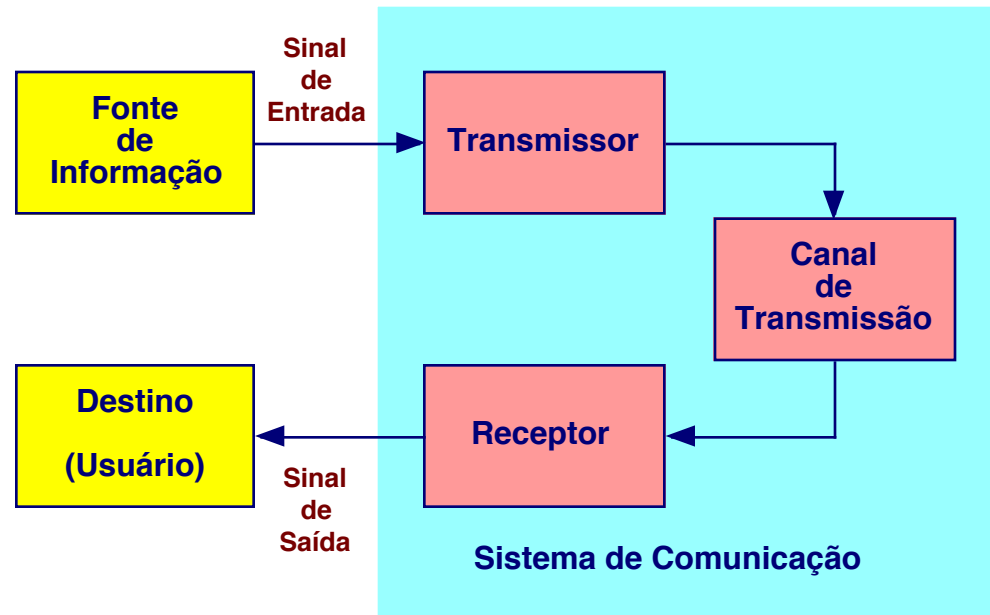
Assim,

$$x_p(t) = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(\frac{n}{T_0}\right) \exp\left(\frac{j2\pi nt}{T_0}\right)$$

E sua transformada de Fourier é dada por

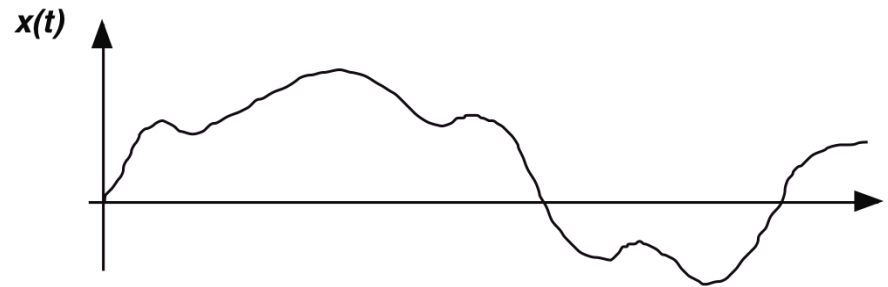
$$x_p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(t - mT_0) \Leftrightarrow \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(\frac{n}{T_0}\right) \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right)$$

4. Sistema de Transmissão

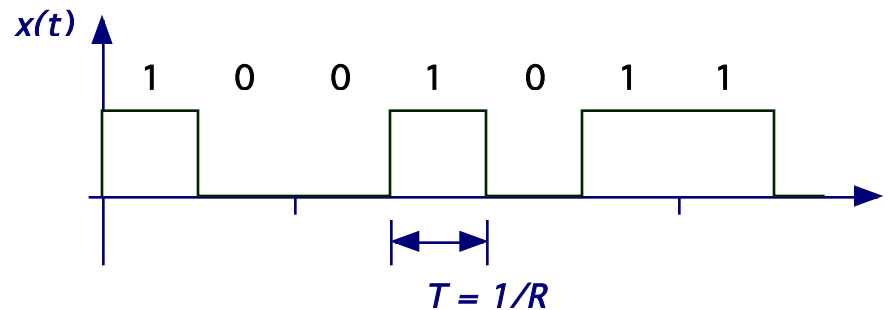


Forma de onda da mensagem:

- contínua (voz, TV, etc.) $\Rightarrow$ sinal analógico



- discreta (números, caracteres, etc.) $\Rightarrow$ sinal digital



Sinal digital: sinal binário representado por uma sequência de 2 tipos de pulsos que ocorrem em intervalos regularmente espaçados de duração $T = 1/R$ segundos, onde R é a taxa de transmissão de dados.

Transmissor: transforma o sinal de informação vindo da fonte em um sinal que case com as propriedades de transferência do canal de comunicação.

Modulação: processo de casamento das propriedades do sinal transmitido às características deste canal de modo a minimizar os efeitos do ruído e interferências.

Tipos de modulação:

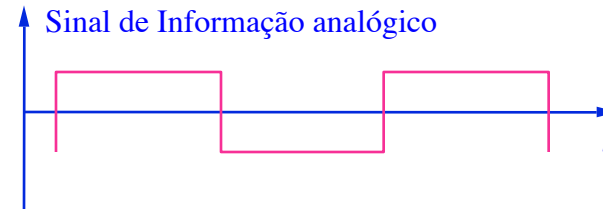
Modulação de onda contínua (CW – *continuous wave*): uma forma de onda contínua, geralmente uma senóide $x_c(t)$, é transmitida onde um de seus parâmetros (amplitude, fase ou frequência) é variado de acordo com a mensagem analógica (modulação analógica) ou digital (modulação digital) a ser transmitida.

$$x_c(t) = A_c(t) \cos(\omega_c(t) \cdot t + \phi_c(t))$$

Modulação de pulsos: a portadora é geralmente uma forma de onda composta de pulsos retangulares, onde um parâmetro, como largura ou amplitude do pulso, é mudado de acordo com a mensagem digital a ser transmitida.

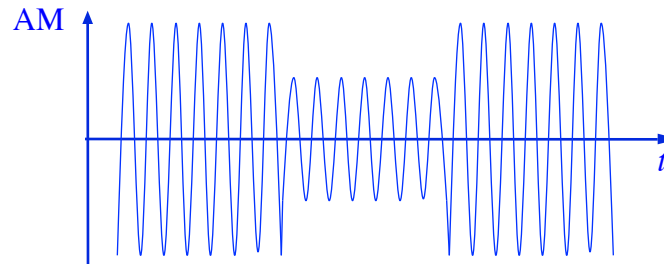
Exemplo: Modulações analógicas:

Sinal de informação a ser transmitido:



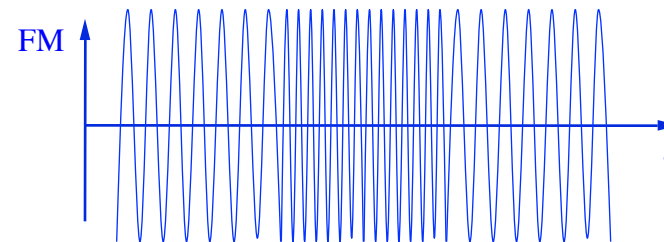
Modulação de amplitude (AM):

$$x_c(t) = A_c(t) \cos(\omega_c \cdot t + \phi_c)$$



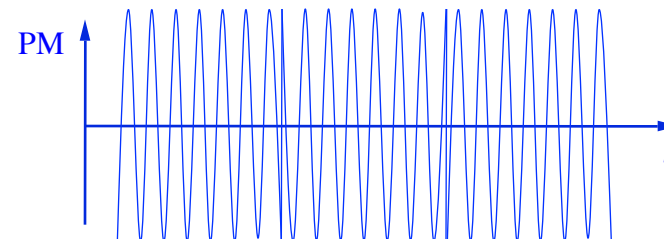
Modulação em frequência (FM):

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c(t) \cdot t + \phi_c)$$



Modulação de fase (PM):

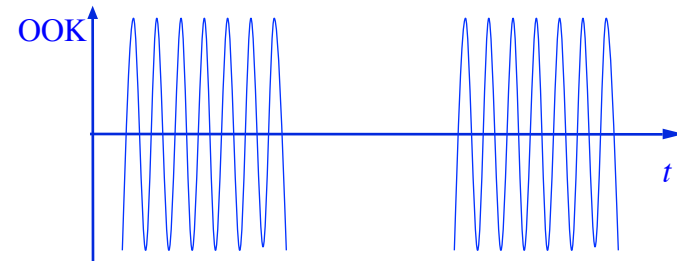
$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c \cdot t + \phi_c(t))$$



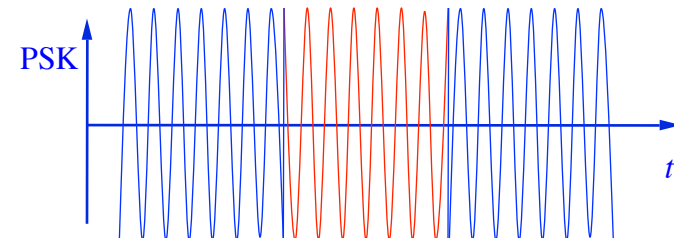
Exemplo: Modulações digitais:

Símbolos de informação: 0 1 0

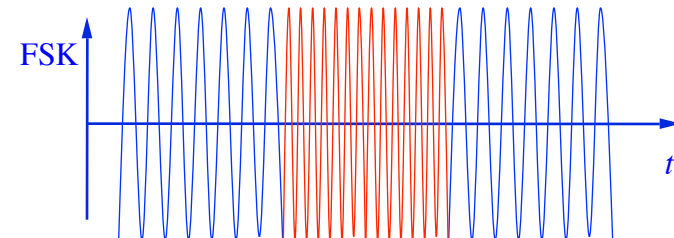
- *on-off-keyed* (OOK):



- *phase-shift keying* (PSK):



- *frequency-shift keying* (FSK):



Exemplo: Modulações de pulso:

Modulação por Amplitude de Pulso:

PAM

Modulação por Duração de Pulso:

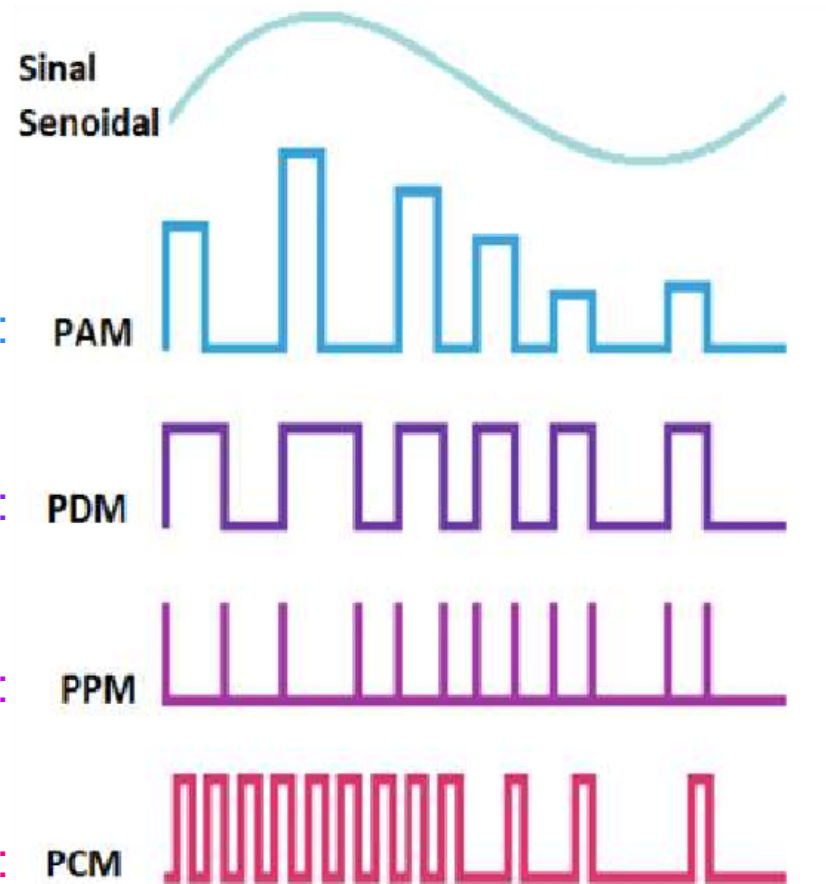
PDM

Modulação por Posição de Pulso:

PPM

Modulação por Codificação de Pulso:

PCM



Demodulação: processo de extração do sinal de informação do sinal modulado.

Tipos de demodulação:

- **detecção coerente ou síncrona:** multiplica o sinal que chega no receptor por um sinal gerado localmente que é idêntico a portadora. O resultado da multiplicação é filtrado por um Filtro Passa-Baixas (FPB) para recobrar o sinal original de informação.
- **detecção de envoltória (assíncrona):** consiste em passar a portadora modulada em um dispositivo não-linear e então filtrar por um FPB o sinal resultante para extrair a mensagem.

5. Técnicas de Codificação de Dados

Dependendo do tipo de modulação e do sinal originário da fonte, os sistemas de comunicações podem ser divididos em três categorias:

- 1ª) mensagens analógicas transmitidas utilizando esquemas de modulação analógica.
- 2ª) mensagens digitais transmitidas utilizando métodos de modulação digital.
- 3ª) mensagens analógicas que são periodicamente amostradas e então transmitidas usando uma técnica de modulação digital.

Fatores a considerar na transmissão de um sinal analógico:

- largura de faixa do sinal mensagem.
- relação sinal-ruído (S/N) necessária para reproduzir o sinal transmitido no receptor o mais fiel possível.

Exemplo:

Tabela: S/N necessária para diferentes tipos de sinais

Tipo de sinal analógico	Largura de faixa da mensagem	Razão sinal-ruído [dB]
Voz de qualidade p/ telefonia	200 Hz - 3.2 kHz	25 - 35
Áudio de qualidade AM	100 Hz - 5 kHz	40 - 50
Rádio de alta fidelidade	20 Hz - 20 kHz	55 - 65
Áudio de qualidade FM:		
• canal monofônico	50 Hz - 15 kHz	45 - 60
• canal estereofônico	23 Hz - 53 kHz	
Vídeo de TV comercial	60 Hz - 4.2 MHz	45 - 55

6. Largura de Faixa de um Sinal

Capacidade do Enlace de Transmissão

Quantidade de informação por unidade de tempo que pode ser transmitida pelo canal possui um limite superior.

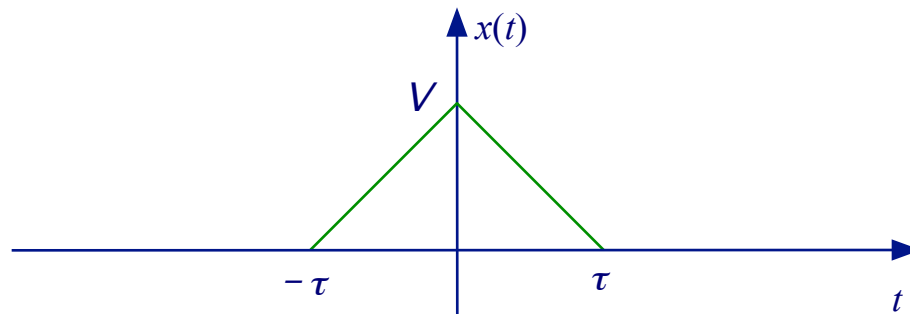
Limitações:

- energia armazenada em componentes dos circuitos do sistema.
- corrente e tensão não variam instantaneamente com o tempo.

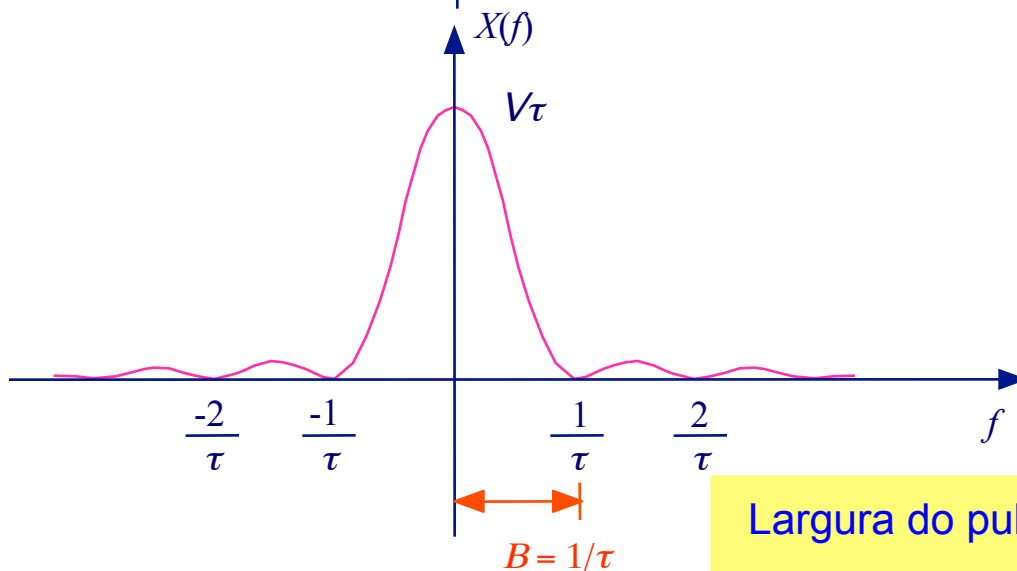
Importante: um sistema de transmissão deve ter uma largura de faixa suficientemente grande para permitir que todas as frequências significativas do sinal transmitido passem por ela.

Largura de faixa de um sistema depende da aplicação ou definição desejada.

Critério útil: Pulso triangular:



$$x(t) = \begin{cases} V - \frac{V}{\tau}|t| & \text{para } -\tau < t < \tau \\ 0 & \text{fora} \end{cases}$$



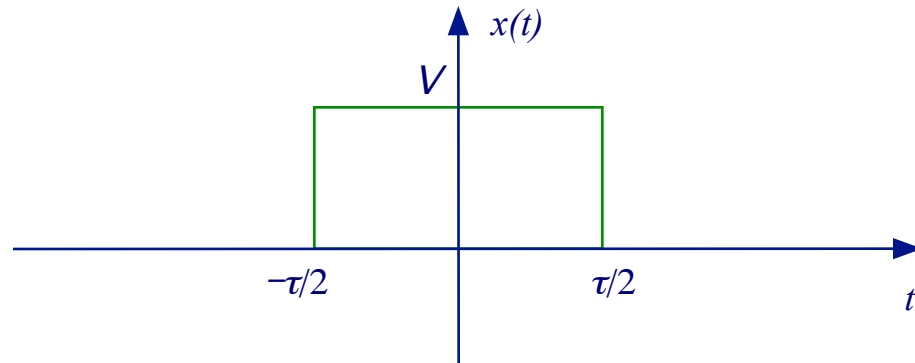
$$X(f) = V\tau \left[\frac{\text{sen}(\pi f \tau)}{\pi f \tau} \right]^2$$

Largura do pulso $\downarrow \Rightarrow$ largura de faixa B (Hz) $\uparrow$

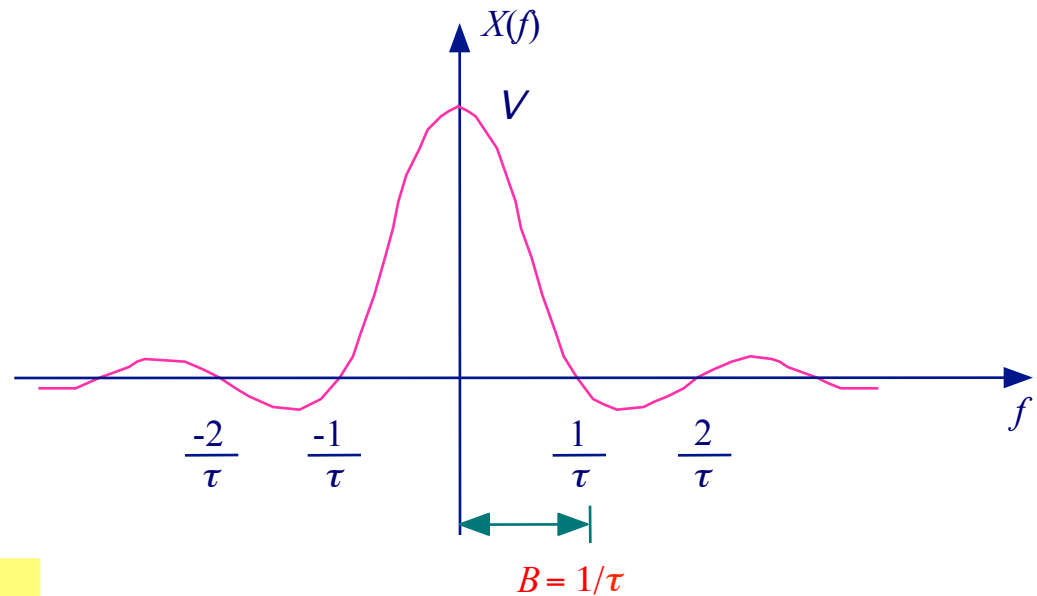
Para o pulso triangular: $B = \frac{1}{\tau}$

Exemplo: Pulso retangular:

$$x(t) = \begin{cases} V & \text{para } |t| < \tau/2 \\ 0 & \text{para } |t| > \tau/2 \end{cases}$$



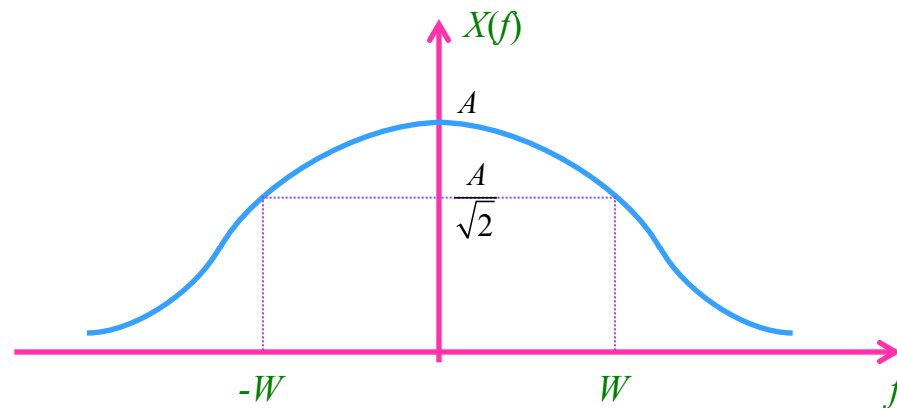
$$X(f) = V\tau \frac{\text{sen}(\pi f\tau)}{\pi f\tau}$$



Largura de faixa: $B = 1/\tau$ (Hz)

Outras definições de largura de faixa:

- espaçamento de frequência entre pontos de meia potência (3 dB).



$$20\log_{10}\left(\frac{A/\sqrt{2}}{A}\right) = 3\text{dB}$$

Largura de faixa = W

- desvio *rms* em torno da frequência central (geralmente utilizada para pulsos gaussianos).

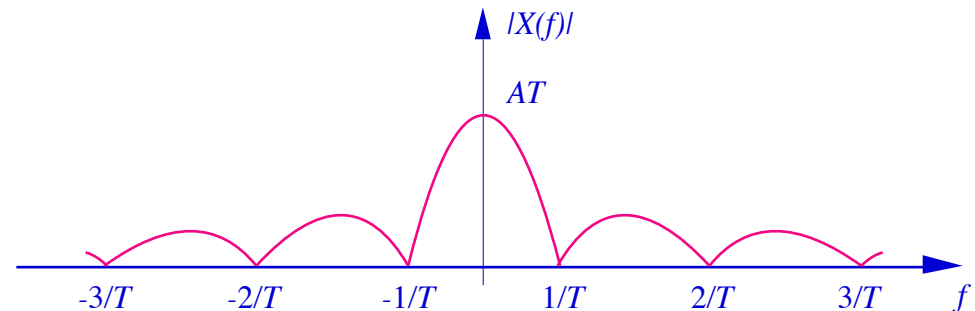
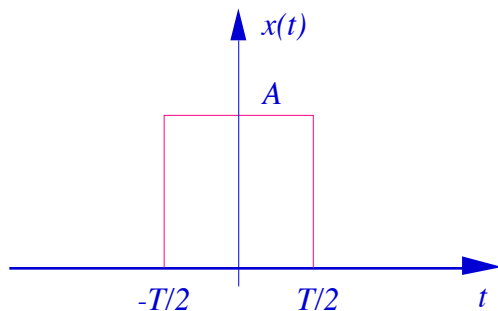
Definição adotada: $B = 1/\tau$

Duração × Largura de Faixa de um Sinal

Para qualquer família de pulsos que diferem entre si por um fator de escala no tempo, a seguinte relação é sempre válida:

$$\text{duração do sinal} \times \text{largura de faixa} = \text{constante}$$

Exemplo: Pulso retangular de duração T segundos.

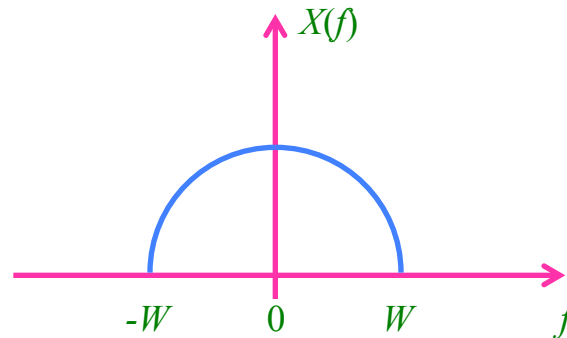


Largura de faixa = $1/T$ Hz

$$\text{duração do sinal} \times \text{largura de faixa} = T \times 1/T = 1$$

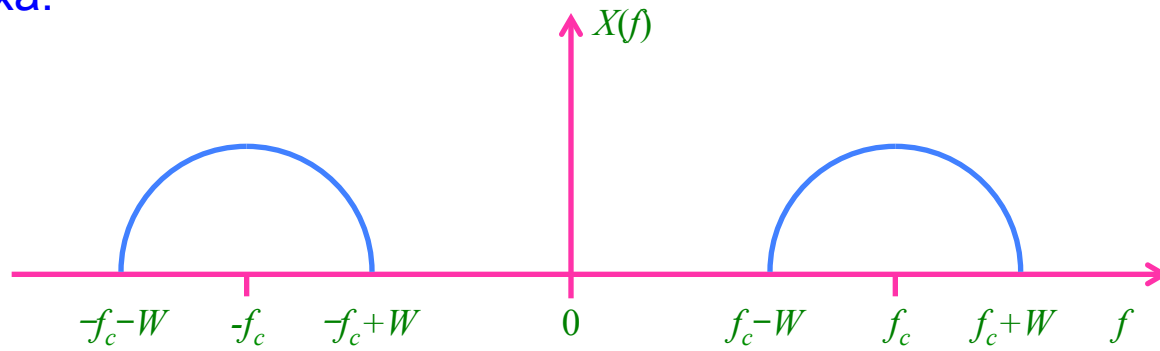
Classificação dos sinais segundo o seu espectro:

Sinal passa-baixa:



Faixa de frequência = W

Sinal passa-faixa:



Faixa de frequência = $2W$

6. Capacidade de Canal

Teorema de Shannon-Hartley: a taxa máxima C de transmissão de dados por um canal de largura de faixa B e perturbado por ruído branco gaussiano limitado em faixa, é dada por:

$$C = B \log_2(1 + S/N) \quad \text{bits/segundos}$$

onde

S = potência média do sinal na saída do canal.

N = potência do ruído na saída do canal.

Exemplo: Largura de faixa do canal $B = 3$ kHz e $S/N = 1000$ (30 dB) para ter uma taxa de erro de bit (*BER – Bit Error Rate*) aceitável.

Taxa máxima de transmissão de dados:

$$C = 3000 \log_2(1+1000) = 30.000 \text{ bit/s}$$

Acima desta taxa C , os erros não podem ser controlados!